

# 回転運動半径を慣性センサを用いて推定する方法の検討

齋 藤 健 治<sup>1</sup>

## 要 約

回転運動する物体内の回転軸までの距離、すなわち回転半径を物体表面に装着した慣性センサを用いて推定することが目的であった。回転運動する物体に固定された座標系における加速度の理論から推定式を導出し、推定式を検証するために二つの慣性センサを用いて実験を行った。両センサから等距離に回転軸がある場合 ( $\rho_{x1} = \rho_{x2}$ ) は、良好な推定結果が得られた。一方、両センサから回転軸までの距離が異なる偏心の場合 ( $\rho_{x1} \neq \rho_{x2}$ ) は、推定精度が低下した。

**キーワード：**加速度，角速度，角加速度，回転半径

## Abstract

The purpose of this study was to construct the basic method which was for estimating the radius  $\rho_x$  of rotary motion with inertial sensor arranged on the surface of body. First, the equations for estimating the radius were introduced from the theory of acceleration in the coordinate system fixed on the body which was rotating, and next the validity of the equations were verified by experiment with two inertial sensors. In the case that distances from both sensors to rotary axis were equal ( $\rho_{x1} = \rho_{x2}$ ), the estimate for radius was highly accurate. In another case that both radii were not equal ( $\rho_{x1} \neq \rho_{x2}$ ), the method of estimate for the radius had a problem of accuracy.

**Keywords:** Acceleration, Angular velocity, Angular acceleration, radius of rotation

## はじめに

スポーツパフォーマンスを説明する際に、しばしば、「軸」という言葉が使われる。一つは体幹、あるいは体幹と下肢が一直線の棒状になった「芯、心棒」のイメージ、もう一つは体幹回転の「回転軸」のイメージである。ともに、ブレのない並進運動や回転運動をイメージした指導言語の一つである。

ところで、スポーツパフォーマンスに限らず身体運動には種々の回転運動が含まれている。日常動作である歩行やランニング動作では、肩関節や股関節に左右軸まわりの矢状面内回転運動が容易に認められる。しかし、よく観察すると身体中心を通る鉛直軸周りにも回転運動が認められ、その回転運動は上半身と下半身の間で角運動量を保存するような運動になっている。このような、身体長軸の中心あたりを軸と

1 名古屋学院大学スポーツ健康学部

する回転運動は、様々なスポーツパフォーマンスの中核をなす運動であり、技術的にも重要な運動（技術）と位置づけられている。そして、その「軸」の時空間的变化が重要な意味をもつ。

しかし、時々刻々変化すると考えられる身体運動の回転軸を追跡することは、熟練した観察眼をもってしても困難である。本研究では、慣性センサ、すなわち加速度センサ、ジャイロセンサを用いて、回転運動体の回転軸の位置（回転半径）を推定する導入的方法を検討した。

## 基礎理論

静止基準座標系からみた運動座標系の点  $p$  における加速度  $A_p$  は

$$A_p = \ddot{R} + a + 2\omega \times v + \omega \times (\omega \times \rho) + \dot{\omega} \times \rho \quad (1)$$

と記述できる。ここで、 $\ddot{R}$  は基準座標系に対する運動座標系の加速度、 $a$  は点  $p$  の運動座標系に対する加速度、 $\omega$  は運動座標系の角速度、 $\dot{\omega}$  は運動座標系の角加速度、 $v$  は点  $p$  の運動座標系に対する速度、 $\rho$  は点  $p$  の運動座標系における位置ベクトルである。運動座標系が剛体

に固定されているならば（物体座標系）、 $a=0$ 、 $v=0$  となり、

$$A_p = \ddot{R} + \omega \times (\omega \times \rho) + \dot{\omega} \times \rho \quad (2)$$

となる<sup>1)</sup>。

そして、物体座標系上の点  $p$  に固定された加速度センサにより計測される加速度は、重力加速度  $g$  を含めて、

$$A_p = \ddot{R} - g + \omega \times (\omega \times \rho) + \dot{\omega} \times \rho \quad (3)$$

となる。

## 計測理論

回転する物体の回転軸を挟む位置に二つの三軸加速度センサ  $A_1, A_2$  を配置したとき（図2）、計測される加速度は、

$$\begin{aligned} A_{x1} &= \ddot{R}_x - g_x - \omega_{y1}^2 \rho_{x1} - \omega_{z1}^2 \rho_{x1} \\ &= \ddot{R}_x - g_x - \rho_{x1} (\omega_{y1}^2 + \omega_{z1}^2) \\ A_{x2} &= \ddot{R}_x + g_x - \omega_{y2}^2 \rho_{x2} + \omega_{z2}^2 \rho_{x2} \\ &= \ddot{R}_x - g_x - \rho_{x2} (\omega_{y2}^2 + \omega_{z2}^2) \\ A_{y1} &= \ddot{R}_y - g_y + \omega_{x1} \omega_{y1} \rho_{x1} + \dot{\omega}_{z1} \rho_{x1} \\ &= \ddot{R}_y + g_y - \rho_{x1} (\omega_{x1} \omega_{y1} + \dot{\omega}_{z1}) \end{aligned}$$

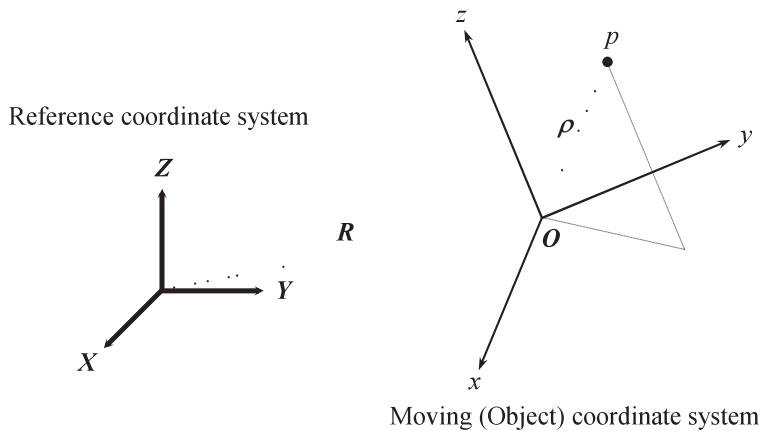
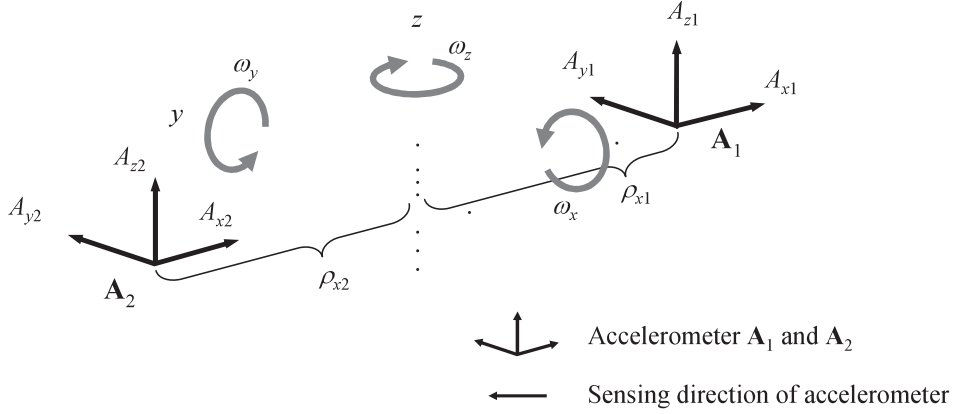


Fig. 1 Explanation of relationship between two coordinate systems, and measuring point on moving coordinate system.



**Fig. 2** A schematic diagram for measuring tri-axial accelerations yielded by rotary motion. Two accelerometers are arranged on the edge of body that rotates about tri-axes.

$$\begin{aligned}
 A_{y2} &= \ddot{R}_y - g_y - \omega_{x2} \omega_{y2} \rho_{x2} - \dot{\omega}_{z2} \rho_{x2} \\
 &= \ddot{R}_y - g_y + \rho_{x2} (\omega_{x2} \omega_{y2} - \dot{\omega}_{z2}) \\
 A_{x1} &= \ddot{R}_z - g_z + \omega_{x1} \omega_{z1} \rho_{x1} - \dot{\omega}_{y1} \rho_{x1} \\
 &= \ddot{R}_z - g_z + \rho_{x1} (\omega_{x1} \omega_{z1} - \dot{\omega}_{y1}) \\
 A_{z2} &= \ddot{R}_z - g_z + \omega_{x2} \omega_{z2} \rho_{x2} + \dot{\omega}_{y2} \rho_{x2} \\
 &= \ddot{R}_z - g_z + \rho_{x2} (\omega_{x2} \omega_{z2} + \dot{\omega}_{y2})
 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

ここで、 $\rho_{x1} = \rho_{x2} = \rho_x$ 、つまり回転軸から二つのセンサまでの距離が同じならば、 $\dot{\omega}_{z1} = \dot{\omega}_{z2} = \dot{\omega}_z$ として加速度 $A_{y1}$ と $A_{y2}$ を用いて、

$$A_{y1} - A_{y2} = 2 \dot{\omega}_z \rho_x \quad (5)$$

したがって、回転軸までの距離は

$$\rho_x = \frac{A_{y1} - A_{y2}}{2 \dot{\omega}_z} \quad (6)$$

となる。

一方、 $\rho_{x1} \neq \rho_{x2}$ ならば、

$$\begin{aligned}
 A_{y1} - A_{y2} &= \omega_x \omega_y \rho_{x1} - \omega_x \omega_y \rho_{x2} + \dot{\omega}_z \rho_{x1} + \dot{\omega}_z \rho_{x2} \\
 &= \omega_x \omega_y (\rho_{x1} - \rho_{x2}) + \dot{\omega}_z (\rho_{x1} + \rho_{x2})
 \end{aligned} \quad (7)$$

したがって、

$$\rho_{x1} - \rho_{x2} = \frac{A_{y1} - A_{y2} - \dot{\omega}_z (\rho_{x1} + \rho_{x2})}{\omega_x \omega_y} \quad (8)$$

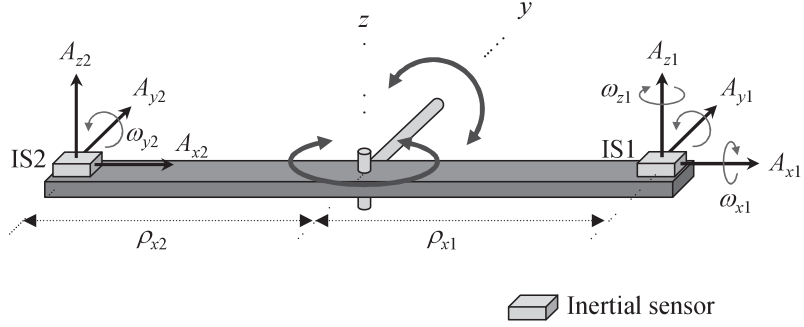
となり、 $\rho_{x1} + \rho_{x2}$ は計測時点で既知（両センサ間距離）であるため、上式との連立方程式から

$\rho_{x1} + \rho_{x2}$ およびが求められる。ただし、この場合、 $x$ 、 $y$ 軸まわりの角速度が分母に含まれるため、同一平面内の回転運動（ $z$ 軸まわりだけの運動）の場合には計算できない、あるいは、 $x$ 、 $y$ 軸まわりの角速度が小さい場合は精度に問題が出る可能性がある。

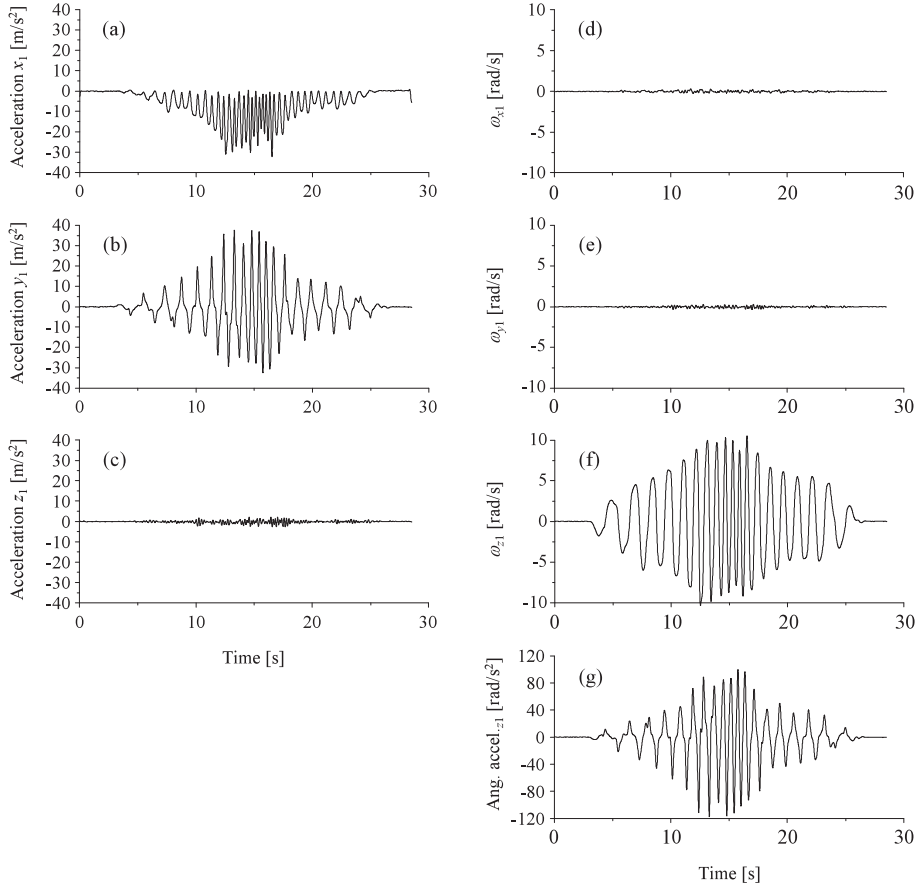
## 慣性センサによる実計測および回転軸推定

上述の計測理論式(6)および式(8)の検証のために、慣性センサ（ロジカルプロダクト社製、小型9軸ワイヤレスモーションセンサー）を用いて、回転半径推定の実験を行った（図3）。角速度をジャイロセンサで計測すると、加速度センサの個数を減らすことができるため、両計測が可能な慣性センサを用いた。慣性センサの信号は、サンプリング周波数200Hz、精度16bit、遮断周波数20Hzのローパスフィルタをかけてパーソナルコンピュータに取り込んだ。

回転運動実験は、図3に示すように慣性センサIS1、IS2を平板の上に配置し、平板をマニュアル操作で往復回転させることにより実施した。実験は、① $\rho_{x1} = \rho_{x2} = 0.32\text{m} \sim 0.08\text{m}$ で $z$ 軸まわり（同一平面内で角速度は $z$ のみ）の回

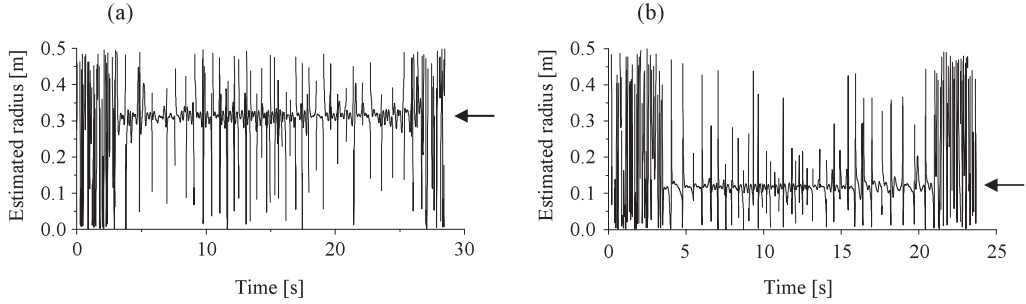


**Fig. 3** An experimental diagram for estimating the radius of rotary motion from the tri-axial accelerations and the angular velocities about tri-axes. Two inertial sensors are arranged on the edge of a flat board that rotates about z-axis or z- and y-axes.

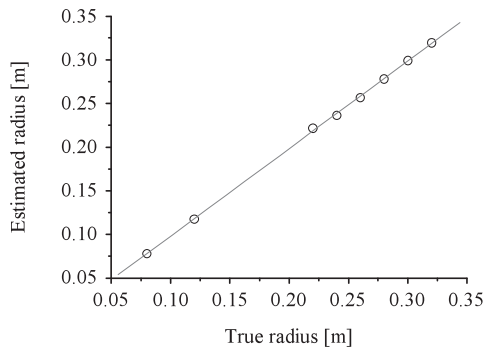


**Fig. 4** An example of the accelerations (a, b, c) and the angular velocities (d, e, f) recorded with the inertial sensor 1 (IS1) during rotary motion with 32 cm radius about z-axis, and the angular acceleration (g) calculated from the angular velocity (f).

# 回転運動半径を慣性センサを用いて推定する方法の検討



**Fig. 5** Values of the radii of rotary motion with (a) 0.32m radius and (b) 0.12m radius were estimated from two accelerations on y-axes with equation (6). The arrows indicate the respective valid value of radius.



**Fig. 6** The relationship between the true radii of rotary motion and the radii estimated from the accelerations and the angular acceleration.

**Table 1** Experimental parameters

	$\rho_{x1}$ [m]	$\rho_{x2}$ [m]
1	0.32	0.32
2	0.30	0.30
3	0.28	0.28
4	0.26	0.26
5	0.24	0.24
6	0.22	0.22
7	0.12	0.12
8	0.08	0.08
9	0.32	0.22
10	0.32	0.12

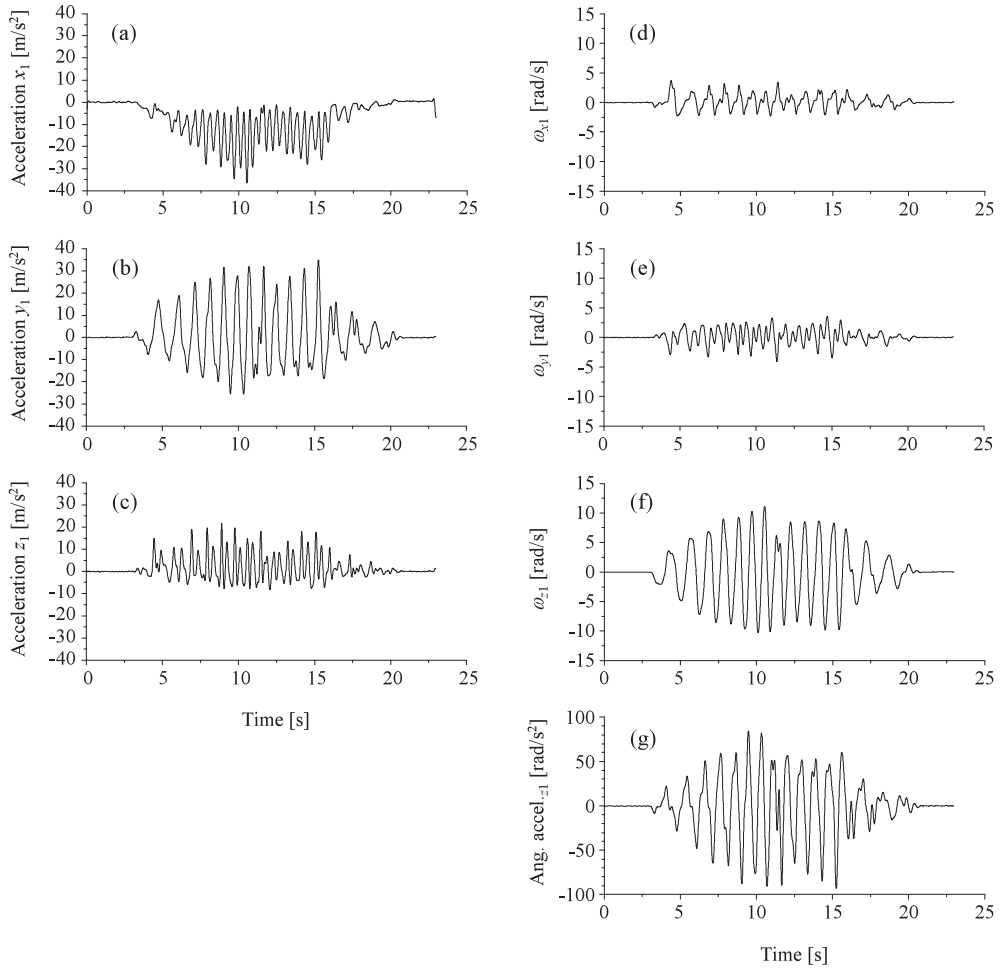
転、②  $\rho_{x1} \neq \rho_{x2}$  ( $\rho_{x1}=0.32\text{m}$ ,  $\rho_{x2}=0.22, 0.12\text{m}$ ) でyおよびz軸まわり ( $\omega_x, \omega_y$ がある)の回転、の二種類であった(表1)。このとき、それぞれの慣性センサにより、三軸加速度 $A_x, A_y, A_z$ と三軸まわりの角速度 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ を計測した。

図4に $\rho_{x1}=\rho_{x2}=0.32\text{m}$ のときの慣性センサIS1で計測した加速度および角速度波形と、計算により求めたz軸まわりの角加速度波形を示す。同一平面内の回転運動であるため、z方向の加速度、xおよびy軸まわりの角速度はほとんど検出されない。

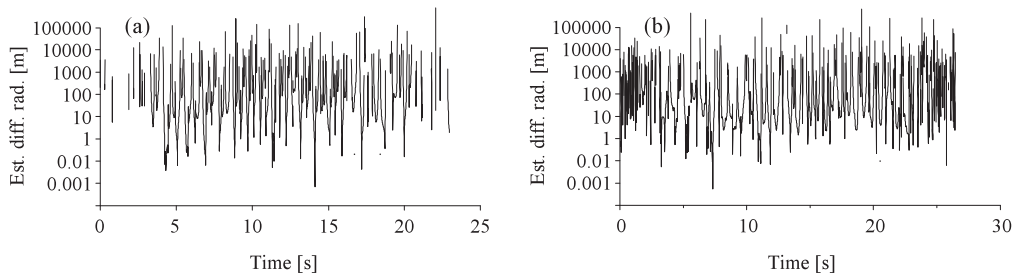
図5に図4のデータを用いて、式(6)により求

めた回転半径について示す。図5(a)は回転半径0.32m、図5(b)は0.12mの場合である。これらの図は、y軸を0.0~0.5mの範囲で示しているが、計算値の範囲は0.000415~999.482mと大きなものであった。つまり、式(6)をみてわかるように、加速度の接線成分 $A_y$ と角加速度 $\dot{\omega}_z$ の方向が変わる時刻で値がゼロに近づき、計算値が不安定になるためである。

そこで、角加速度の絶対値が $10\text{rad/s}^2$ 以上の値をとる時刻における半径推定値を抽出して、平均値を求めた。求めた推定値と真値の関係は図6に示すように良好なもの( $r^2=0.9995$ )で



**Fig. 7** An example of the accelerations (a, b, c) and the angular velocities (d, e, f) recorded with the inertial sensor 1 (IS1) during rotary motion about z- and y-axes, and the angular acceleration (g) calculated from the angular velocity (f). In this motion the radius was 0.32m in one side and 0.12m in the other side.



**Fig. 8** Estimated values of the difference between  $\rho_1$  and  $\rho_2$ , when the axis of rotary motion leaned to one side. The radii of  $\rho_{x1}$  and  $\rho_{x2}$  were (a) 0.32m and 0.12m, (b) 0.32m and 0.22m. Therefore, true value of difference of both side radii was (a) 0.2m and (b) 0.1m. The dotted lines indicate the respective true value of difference of radius.

あった。

図7に $\rho_{x1}=0.32\text{m}$ ,  $\rho_{x2}=0.12\text{m}$ のときの慣性センサIS1で計測した加速度および角速度波形と、計算により求めた $z$ 軸まわりの角加速度波形を示す。ここでは、図3に示す $y$ 軸まわりの回転運動も合成したため、 $z$ 軸方向の加速度、 $x$ 軸まわりの角速度および $y$ 軸まわりの角速度が検出されている。

図8に図7のデータを用いて、式(8)により求めた回転半径の差の計算結果について示す。図8(a)は $\rho_{x1}=0.32\text{m}$ ,  $\rho_{x2}=0.12\text{m}$ の場合、図8(b)は $\rho_{x1}=0.32\text{m}$ ,  $\rho_{x2}=0.22\text{m}$ の場合である。前述したように、式(8)は分母に $x$ 軸まわりと $y$ 軸まわりの角速度の積、分子には $z$ 軸まわりの角加速度をもつため、式(6)より計測精度の影響を受けやすい。計算値の範囲は $\pm 10^6$ のオーダーに及んだ。その中で、両センサ間の距離約0.5mより小さい極小値の平均値を求めると、図8(a)の場合で0.2184m、図8(b)の場合で0.1199mという結果が得られた。

## 考察

二つの慣性センサを用いて計測される加速度と角速度、および計算した角加速度から、両センサ間に位置する回転軸までの距離(回転半径)を推定する方法を検討した。回転軸の位置は両センサから等距離の場合( $\rho_{x1}=\rho_{x2}$ )とそうでない(偏心; $\rho_{x1}\neq\rho_{x2}$ )場合で検討した。

$\rho_{x1}=\rho_{x2}$ の場合については、推定式がより簡単であることから、良好な推定精度で求めることができた。本研究では0.02m間隔で識別できる可能性が示唆されたが、センサの計測精度が高ければ、0.01m以下の検出も可能と考えられる。一方、 $\rho_{x1}\neq\rho_{x2}$ の場合については、推定式がやや複雑になり、ノイズや $A_y$ ,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ の

計測精度の影響を受けやすいことから十分な推定精度は得られなかった。これは、本研究で用いた慣性センサの検出範囲が大きく(加速度 $\pm 50\text{G}$ , 角速度 $\pm 6,000\text{deg/s}$ )、本研究の試技範囲(約 $\pm 5\text{G}$ , 約 $600\text{deg/s}$ )の計測に対してSN比の劣化から精度が低下したことも影響している。センサを代えて再度検討する必要がある。

回転半径を推定するということは、言葉を換えれば回転軸の位置を推定することでもあり、本研究の最終的な目標は、スポーツなどの身体運動中の、例えば体幹回旋における時々刻々変化するかもしれない回転軸の位置を推定することである。本研究結果では、 $\rho_{x1}=\rho_{x2}$ の場合には良好な推定精度が期待できるが、 $\rho_{x1}\neq\rho_{x2}$ の場合には必ずしもそうではなかった。したがって、 $\rho_{x1}\neq\rho_{x2}$ の場合の推定精度を向上させることが課題の一つであるが、それ以前に、回転半径が $\rho_{x1}=\rho_{x2}$ なのか $\rho_{x1}\neq\rho_{x2}$ なのかの識別も重要な課題となる。さらに、本研究における $\omega_x$ ,  $\omega_y$ が計測されない(推定式の分母がゼロとなる)場合における偏心位置の推定方法を検討することも課題となる。

## 謝辞

本研究は、2010年度名古屋学院大学スポーツ健康学部研究奨励金を受けて行った研究である。

## 参考文献

- 1) Padgaonkar, A. J., Krieger, K. W., and King, A. I. (1975) Measurement of angular acceleration of a rigid body using linear accelerometers, J. Appl. Mech., 42: 552-556.