名古屋学院大学論集　人文・自然科学篇　第 60 巻　第 2 号　pp. 1–17

〔論文〕

新たなる認識論理の構築　21

――共有知識のアポリア――

鈴　木　啓　司

名古屋学院大学国際文化学部

要　　旨

「新たなる認識論理の構築」シリーズの第21篇である。第19篇「集合論のアポリア」，第20篇「量子力学のアポリア」とともに「アポリア」3部作をなす。ここでも著者の主張は一貫していて，「あらゆるアポリアは，認識の基本構造である2視点はさみ込みを，後発の1視点囲い込みに還元しようとするところから生ずる」というものである。共有知識の形式化に伴う無限連言の問題は，まさに自己1視点囲い込みの典型である。これを他者との2視点はさみ込みで収束させてやる。それには，命題を核としそれを知性で囲い込む体の従来の論理ではなく，はさみ込みにより命題が生まれる，より認識論的に根源に基づく論理が求められよう。それが新たなる認識論理なのである。また，はさみ込みにより意味が生じる場としての“対角線”にも注目する。

キーワード：共有知識，対角線，1視点囲い込み，2視点はさみ込み

Building a new epistemic logic 21

――Aporia of common knowledge――

Keiji SUZUKI

Faculty of Intercultural Studies
Nagoya Gakuin University

発行日　2024年1月31日

緒言

本論は「新たなる認識論理の構築」シリーズの第21篇に当たる。その中でも，第19篇「集合論のアポリア」[1)]，第20篇「量子力学のアポリア」[2)] に続くアポリア3部作の最終篇である。そしてまたこれは，本シリーズの出発点であるトピック「共有知識　common knowledge」への，十数年の思索を経た原点回帰でもある。筆者が哲学の土台たる論理の根底に認識論的性格を見出したとき，「人間の知識形態の特性とは何ぞや」というテーマが関心を占めた。そして，その特性を最たる形で表しているのが,共有知識であるとの思いに至った。以後それを足掛かりに,さまざまなトピックにさ迷い出,あちこち経巡ってきたのであるが，ここ数年の筆者が達した哲学的“悟り”なるものは，既発の論文でも示しているように,「思考のアポリアは，認識の基本構造である2視点はさみ込みを，後発の1視点囲い込みに還元しようとするところから起こる」というものである。この見方により，共有知識の問題も当初とは違った新たな様相を見せるようになった。本論は，その長年の思索の現時点での成果であり，最終的には内的唯物論の表現形式の確立を標榜する筆者の哲学的彷徨の通過点である。

改めて共有知識とは

共有知識とは何か，そしてその問題点をざっとさらっておこう。この概念は，基本的に慣習やルールを守り合うというコミュニケーション状況の解明に登場するもので，さらにパズルやゲームにおける推論にも応用されるが，一言でいえば,「知っていることを互いに知り合っている」ということになる。一例として，交通ルールを守り合うという場面を考えよう。ドライバーAは，車は左側通行することを知っている。ドライバーBも同じルールを知っている。これが機械なら，このレベルでこと足れりである。それぞれの単体が脇目も振らず黙々とルールに従って，故障でもしなければ問題は起こらない。だが，人間はそうではない。ドライバーAは左側通行というルールを知っていて，対向車のドライバーBもそのルールを知っていることをAは知っている。それはBの側も同様である。そのBの知識状態をAは知っていて，さらにそれはBも同様である。さらにこのBの知識状態をAは知っていて，それはBも同様である。さらにこの,,,。というように以下無限に続く。日常言語で書くと何かまだるっこしいが，記号式を使うと以下のようになる。

$K\,\mathrm{iP}\qquad E\mathrm{P}\qquad C\mathrm{P}=E\,\mathrm{P}\wedge EE\,\mathrm{P}\wedge EEE\,\mathrm{P}\wedge EEEE\mathrm{P}\wedge,,,$

iはエージェント，すなわち認識主体を表し，Kは「知っている」，Eは「各人が知っている」，Cは「共有知識である」という意味のオペレーターである。すなわち，人間は機械のように自らに埋め込まれたルールに縛られているのではなく，互いの知識状態を知った中で醸成される信頼関係の上に立って，いわば緩い形でルールに従っているのである。機械に比べ自由度があるというわけである。ただ，その自由度を表現するに際し，形式体系にとっては厄介な無限という形が出てくるのである。

この無限の問題を典型的に表したのが,「一斉攻撃問題」（別名「2将軍問題」）[3)] である。今，谷の

両側に同盟軍が分かれて陣取っている。谷底に野営する敵軍を破るには，数的に見て同盟軍が一斉に攻撃をかけねばならない。そこで同盟軍Aが，「明朝6時に一斉攻撃」というメッセージを同盟軍Bに送る。しかし，このメッセージは途中で失われる恐れがある（伝令が敵方に捕まったりして)。そこで，受け取った側のBは，「確かにメッセージ受け取った」という確認メッセージをAに送ることになる。しかし，またそのメッセージも途中で失われる恐れがあるため，Aは「確認メッセージ受け取った」という確認の確認メッセージを送らねばならない。またそのメッセージも，，，以下同様。というわけで，いつまでたっても両陣営間に「明朝6時一斉攻撃」の共有知識は成立しないのである。

一斉攻撃問題は，最初に互いに対面でメッセージを確認し合えばすむ話であるが，相互確認に少しでもタイムラグが生じるとそこから確認し合いの無限キャッチボールが始まるという例である。これは，先述した対向車ドライバー間のルールの確認し合いの中にも，こうした無限行程が潜んでいることを示唆する。それを解消するために浮かび上がってくる共有知識の形式的定義が，「同一知識状態が同時に各メンバーに成立する」というものである。複数間に生じる無限を，同一，同時のいわば一点に絞り込もうというわけである。だが，現場で共有知識を体験している普通の人間である筆者にとって，この成立条件はかなりハードルが高いように映る。本当はもっとルースな形で共有知識は成立していると思うのだ。そこが形式体系と現実の間のずれであるが，それを追求することによって対象の本質はより鮮明に見えてくるというのが，筆者の哲学的信条である。そこで，次にこの同一性，同時性について今一度考えてみよう。

同一性，同時性の問題

まず，同時性から見てみよう。先の2将軍問題で，最初に対面でメッセージを確認し合えば問題ないといったが，厳密には，そこでも完全な同時性は成立していない。脳神経の伝わり具合には個人差があり，両者が同時にメッセージを理解したとはいい切れないからだ。すなわち，理解度に差が出るのである。日常の案件ならそれでも済むだろうが，こと命がかかっている場合はどうだろう。あまりに厳密すぎるというだろうか。それでは，2将軍問題より同時性が重要になるマッディーチルドレンパズルという認知問題を考えてみよう。これは，車座になった子供たちのうち何人かが必ず額に泥を付けていて，先生が子供たちに，自分の額に泥が付いているのが分かる人はいますか，分かる人は手を挙げてください，と問うものである。当然，本人に自分の額は見えない。泥を付けているのが1人の場合，この子の視野には泥を付けている子供が映っていない。必ず1人は泥を付けているので，その子は自分がまさにその1人であると分かって，先生の1度目の問いかけに手を挙げる。2人の場合はどうか。泥を付けている2人の子には互いに1人の泥を付けた子が見えている。相手の視野に泥を付けた子が見えていなければ，最初の1人の場合の推論を駆使して，その子は即座に手を挙げるはずだ。しかし，先生の1度目の問いかけに逡巡しているところを見ると，相手にも泥を付けた子が見えていると考えられる。自分にとり相手を除くと誰も泥を付けていない状況から，相手に見えている泥が付いている子供はとりもなおさず自分であることが分かる。というわけで，2人は先生の2度目の問いかけに手を挙げる。以下同様に，3人，4人となっても，前回の推論を踏まえれば，3回目，4回

目の問いかけで手を挙げられることになる。要するに，n人泥を付けている子がいれば，その子たち全員に手を挙げさせるには，n回の問いかけが必要なのである。

このパズルはあくまで全員が合理的推論者という前提に立ったもので（パズルというのは大概そうである），突っ込みどころ満載であるが，ここでは同時性に限定して見てみよう。2人以上の場合，子供は互いに相手の反応を見てその知識状態を知り，それをもとに手を挙げる。そのとき，同時に手を挙げることが必要である。手を挙げることに時間差があると，遅れた者は，先に手を挙げた者は前段階（n－1）の推論を経てそうしたと思い，手を挙げない可能性がある。今，自分がn状況にいるのか，n－1状況にいるのか分からなくなるのである。それとも，n回目で手を挙げた子がいたからそれに従うのだろうか。それでは共有知識が成立したことにはならないし，そもそも，先陣を切った子は何をもって手を挙げたのだろうか（共有知識が成立していないのに)。またこの設定状況には，先生の問いかけのインターバルをどれくらいにするのかという問題も絡んでくるだろう。いずれにせよこのパズルは，共有知識（互いに相手の知識状態を知ってこちらの知識状態が決まる）の1典型状況を示した思考実験の類といえる。

さらに付け加えると,物理学的にはそもそも絶対的同時性はあり得ない。それを主張しているのが,アインシュタインの特殊相対性理論である。今では周知のことと思うが,宇宙は光速（30万Km/秒）を不変軸として，それに従って時間，空間は伸び縮みする。二つの観測系の時間の流れは，それらの運動状態と光速との相対性でそれぞれ違うのである。よって複数の観測系の間で一つの現象が同時に起こったということは，絶対的にはいえない。それら複数の観測系を一手に見る観測系の時計では同時性を確認できるのではないかと思われるかもしれないが，その時計にしても外の多くの時計の中の一つに過ぎない。この宇宙に絶対時計を有した絶対的観測者はいないのである。共有知識の同時性とは，結局，絵に描いた餅のような理想像といえる気がする。

厳密に過ぎるという声が聞こえてきそうだが，形式体系を追求すると，自然こうなるものである。そして問題は，厳密さと緩さの境界をはっきり引けないということである。そのバランスをとった，現場に即した新たな表現法が求められる所以である。

次に同一性について見ていこう。認識者両サイドに同じ知識状態が成立する（もちろん局所的にだが）というのが，共有知識であった。それは「車は左側通行をする｣，「明朝6時に一斉攻撃する」というふうに命題を核とする。それを取り巻く限定的知識状態が同一だということだが，果たしてそうかという疑問がわく。先の2例では違いは見えないので，異なった例，ここに一つの（物騒だが）殺人現場を想定しよう。それは推理小説に出てくるような理想化された（？）状況で，完全に周囲から閉ざされた空間内に3人の人物A，B，Cがいる。今，Cが明らかに他殺状態で発見された。殺したのはAである。すると，この状況下で,「AがCを殺した」ということが，A，B両者の間で共有知識になっていると考えられる。だが，この両者の共有知識はまったく同じ状態だといえるだろうか。犯人自身であるAと，そうでないBとでは，この命題が誘発する思考は大きな違いを見せる。Aは，自首，Bによる告発への猜疑，それを防ぐためのBへの口封じ（殺人も含め）といったことに思いを巡らすだろう。Bは，Aへの疑惑と恐怖，Aの罪の告発，Aからの口封じへの対抗策（先手を打った殺人も含め）を考えるだろう。これは,「AがCを殺した」のAが自分自身であるかそうでないかに因る,

自己言及性にもかかわる問題である。また，この現場を外から第三者（例えば探偵）が見たなら，そこには「AかBがCを殺した」（この場合,「AもBも」も含めた非排他選言。両者が共謀して殺した場合もあり得るから)[4] が共有知識として成立していることが見て取れる。このように，共有知識が成立している場にあっても，各メンバーの立場によって，同じ命題，同じ知識状態が共有されているとは限らないのである。そこには，ただ「共有知識状態にある」ことを共有しているような何かトートロジックな趣がただよう。

次章では，そうした新たな共有知識像の表現法を探っていこう。

「1視点囲い込み」と「2視点はさみ込み」

同一性，同時性にこだわらない共有知識像となると，命題を核としない論理ということが考えられる。先に挙げてきた例を見ても，同一命題を同時に共有することでそれを取り巻く同一の知識状態が成立していた。しかし，同一性，同時性はかなり要求の高い“絵空事”であることが見えてきた。それが，共有知識の問題を難しくしているように思える。そこで命題を核としない論理が求められるわけであるが，そんなものはどうやれば可能なのか。それこそ絵空事ではないか，という疑心がわく。それに答えるのが，筆者がここ数年提唱し続けている「2視点はさみ込み」モデルなのである。あらゆるアポリアは，認識の基本構造である2視点はさみ込みを，後発の1視点囲い込みに還元しようとすることから出来する，というのが，筆者の最も強調したい主張である。共有知識のアポリアも同断である。そこでその観点から，共有知識を再考していこう。

従来の共有知識像は，まさに1視点囲い込みモデルの典型である。「知っている」の無限連言が，命題を核とし，認識者を互いに囲い合って延々と続く。図にすると次のようになろうか。

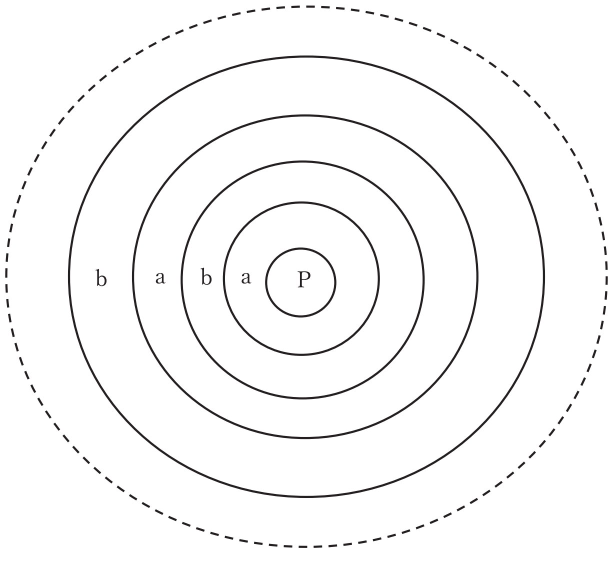

図1

これではどこまでいっても，両者の知識状態は同じにならない。各ステップ，必ずどちらかが外枠を成し，優位に立っている[5]。これに対し，2視点はさみ込みモデルによる共有知識イメージは次のようになる。

…a＜　b＜　a＜　b＜　a＜（P）＞b　＞a　＞b　＞a　＞b…

図2

どのステップでも両者は互い違いになり，対等である。さらにいえば，命題は先にあるのではなく，このはさみ込みの“濃縮”の結果生まれる。共有知識，すなわち，2視点はさみ込みという状態が先にあるのである。そこからさまざまな命題，ひいては意味が生じてくる。これについては，また後に詳述する。

「はさみ込み」モデルの利点はまだある。認識者が3人以上になると，囲い込みモデルでは表現しにくくなるが，はさみ込みモデルだと，多角形モデル[6]に移行させて思い描くことができる。以下のように。

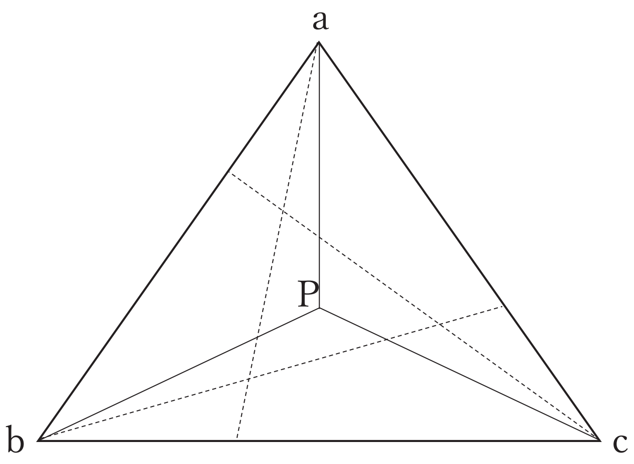

図3

各ステップの互い違いの入れ替え（信頼度の深まり）は，多角形の回転によって表される。そして，各頂点から等距離の点で交わった実線が，従来の共有知識のイメージである。ピンポイントで同一命題が中央に点表示されている。しかし，実態は点線で描いたほうであろう。視線はピンポイントで焦点を結ぶことなくずれている。だが，中央には全体の形である多角形が浮かび上がっている。要するに，共有知識は命題を確認し合っているというより，共有知識という状態にあることを確認し合っているといったほうがよいのである[7]。そしてそのことが，命題を核としない論理の構築を促す動機となる。

「何か知らないが知らないことがあることを知っている」の論理

命題を核としない論理とは，あえて命題化していえば，「何か知らないが知らないことがあることを知っている」論理といえる。それは2視点はさみ込みで生じる意味以前の「知らない」を基盤とし，人間の知識形態の特性を成している，と筆者は考える。これを生成の過程から順を追って見ていこう。

哲学的に動物の内面を想像するに，それは，「あちら」と「こちら」の間で揺れ動いているといえよう。それらは「取り巻く」と「取り込む」といい換えてもよい。生物とは（人間も含め），環境に対し独自のオーダー（「秩序形態」とでも呼びうるか）で交流する存在だ。動物は動詞で生きているとよくいわれるが，そのはさみ込みにはまだ自己という名詞は確固とした形では生起していない。

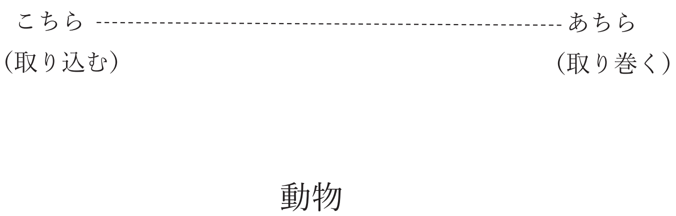

図4

それが人間だと，はさみ込みの間が濃厚になり（それは多分に脳神経の発達に因るのだろう），自己意識（1視点）なるものが立ち上がる。最初の“意味”といってよい。するとそれはいわば境界となり，「あちら」と「こちら」を外部と内部に変える。

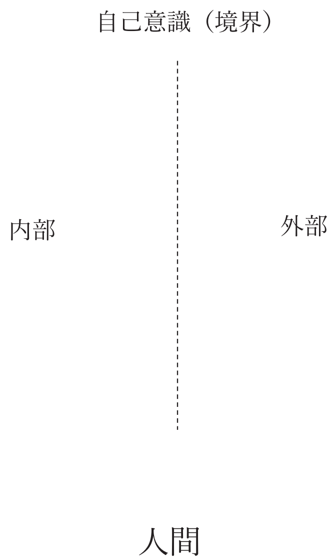

図5

ここではご覧の通り，外部と内部に外枠はない。そこから，「未知」，「無限」といった人間に特有の概念が生じる。それが，「何か知らないが知らないことがあることを知っている」に要約される人間の知識形態の特性だ[8)]。動物が，「自分にはまだ知らないことがある」ということを知っているとは思えない。彼らの知識状態は，「知っていること」だけで形成されている。今，「自分には」といったが，「知らない」ことを知るには，そもそも自己意識が必要なのである。「知らない」ことはあり体にいえば「知っている」ことの外側だ。そして「知っている」は，「私は」が主語となってその範囲が縁取られる。それが自己という境界だ。境界は外部にもなり内部にもなる。「知らない」ことを「知っている」のである。

この「何か知らないが知らないことがあることを知っている」を何とか形式論理に取り込めないか。筆者は当初からそのことを考えてきたが，いまだ決定打といえる案は提示するに至っていない。だから，本論で述べるものも，あくまで現時点での最良策だという断り付きである。この問題の難しさは，いうまでもなく「知らないこと」という形のないものに，形式論理上，いかに形を与えうるかということに尽きる。それがすなわち，命題を核としない論理につながるのである。当然それは，オーソドックスな論理とはかなり形を異にしたものとなろう。

∃xに意味を与える

論理の基礎部分から話を起こそう。といっても，概念的なことである。論理はまず，命題間の関係を表す命題論理から始まる（これを見ても，通常の論理が命題を核としていることが分かる）。→（ならば），∧（かつ），∨（あるいは），￢（でない）といった記号で命題同士をつなぎ，その関係性の真偽を問う。そこに，命題自体の真偽を表すため，量化記号を加える。∀（すべて）と，∃（存在する）だ。これにより値域が定められ，「〜である」，「〜する」といった述語の真偽が決定できることになる。これを述語論理という。そして，命題論理と述語論理を合わせて古典論理といい，これが論理の基本形となる。これを使って世界を認識していく過程は次のようになる。→はここでは，論理記号「ならば」ではなく，単に過程の推移を表す。また，Pは「pという性質を持つ」，Qは「qという性質を持つ」という意味の命題とする。

$$\forall xP \rightarrow \neg\forall xP \rightarrow \exists x\neg P \rightarrow \exists xQ$$

これは，「すべてはPである」，「すべてがPであるとは限らない」，「Pでないものが存在する」，「それはQである」と読めるが，認識論的に解釈すると，次にようになるか。まず世界のすべては「あるもの」（最初に認識するもの）である。次に，そうではないこと，その外に何かあることを知る。それは「最初のあるもの」ではないものである。そして，それを「新たなるもの」として認識する。だが，これらの「最初のあるもの」と「新たなるもの」が世界のすべてではなく，その外にもまた新たなるものがあって，，，以下，この繰り返しである（ここにはすでに，「何か知らないが知らないことがあることを知っている」が潜在的に働いているのである）。そしてそれらに名前を付けていくこと

で世界は構成されていく。だが，ここにはどうしようもない飛躍がある。最初のPからしてそうだが（それはまあ出発点として受け入れよう），PでないからQである，は飛躍のそしりを免れまい。例えれば，「この世界はすべて物質というわけではない。そうでない霊というものがある」というようなものか。現に物理学では，物質ではないものとして反物質なるものが用意されている（もちろん，両者は同じ物理理論のもとに扱える存在である)。一飛びに霊にまでいくことはない。このように古典論理には，少なからず強引の感があるアプリオリな前提が内包されているといえるのである。

それが露になったのが，19世紀末に起こった，“数学の危機”とまでいわれた集合論を巡るパラドクスである。詳細は省くが，一言でいうと，無限を「有限でない」ということから定義することの限界である。無限を無限そのものではなく，有限との対比で捉えている限り（換言すれば，無限を有限の論法で語ろうとする限り）そこにどうしても否応ない飛躍が入り，無限の本性からの強烈な逆襲を食らうことになったのである。そこから，数学なるものを今一度基礎から考え直そうという，“数学の哲学”といってよい数学基礎論が発展してくることになる。その中で，古典論理に対する対抗馬として直観主義論理なるものが創始された。ちなみに，どうして数学の問題が論理の問題になるかというと，数学とは述語論理を土台にしてその上に集合論という理論がのっかった形式体系といえるからである。無限に関する問題も，∀（すべて）に無限を当てはめた結果であった。直観主義論理は，古典論理のように「PでないからQである」ではなく，「Qである」といいたければQ自体を作ってみせよ，と訴える。現物を示せというわけである。こうした態度を構成主義という。だから，無限に対する姿勢は慎重で，無限にかかわる問題に安易に排中律を使うことを戒めた。排中律とは$A \vee \neg A$なるもので，「AであるかAでないかどちらかである」という意味である。これにより背理法が成立する[9]。Aという命題の肯定を証明したい場合，Aでないという状況を設定し，そこから矛盾を引き出してくることによってAの正しさを証明するという例の方法だ。無限に関する命題の証明には多く使われているものだが，直観主義数学に従えば，これが使えなくなる。すなわち，無限の世界が大いに狭められることになる。現物主義は確かに手堅いのだが，これでは何か角を矯めて牛を殺すような，「知らないことがあることを知っている」という人間の知的好奇心の源泉ともなっている知識のダイナミズムを殺ぐ感がある。そこで，この根源的な「知らないこと」の形式化にあくまでこだわった論理体系を筆者は希求する次第なのである。

それは，古典論理と直観主義論理のはざまから出発する。この二つはちょうど反対方向を向いて対峙している。

新認識論理

$\leftarrow \exists x \rightarrow$

$$\forall x P \rightarrow \neg \forall x P \rightarrow \exists x \neg P \rightarrow \exists x Q$$

古典論理　直観主義論理

古典論理の$\exists x \neg P$から$\exists x Q$の間，直観主義論理の$\exists x Q$が構成された後の次のx，すなわち，何ら

属性を持たない∃xから始めるのである。∃xはこのままでは意味を持たない。すなわち，論理式として真偽が決定できない。これに（何の集合も前提とせず，原初のレベルで）あえて意味を与えるのが，筆者の提唱する新認識論理[10]である。それは解釈するなら，「何ものでもないものが存在する」ということになろう。認識の原初の段階である。このxの右側に何らかの属性を与えたいのだが，左から一方的に設定すると，どうしても飛躍の気味を免れない。そこで右からはさみ込むのである。ちょうど存在記号∃がexistの頭文字Eの反転（あるいは転倒）であることを利用して，この二つでxをはさみ込む。このように，∃xE。両サイドは，2視点はさみ込みモデルの「あちら」と「こちら」を表す。そして，新認識論理では新たな選言を導入する。従来の選言は，AかBかどちらか一方のみ（排他選言），あるいは，AかBかどちらか一方，もしくは両方とも（非排他選言）というものであるが，新認識論理の選言は，A（あちら）かB（こちら）かどちらか一方，もしくはどちらでもない，というものである[11]。これにより最初の属性P（「pである」）が生まれる。それは具体的に何であろうか。前述したように，これこそ自己意識である。こうして「自己なるものが存在する」という命題が立ち上がる。以後，「私が（何かあるもの）を知る」という形で属性が増えていき，さまざまな命題が構成され，世界は形作られていく。それはもう古典論理の次元であるが，この認識的土台，発生源を見逃している限り，古典論理は飛躍のアポリアを抱え続けることになろう。とはいえ，筆者の新認識論理もほんのとば口に差しかかった程度である。これからまだまだ体系的精度を高めていく必要がある（もちろん限界はあるが）。

次章では，飛躍でない意味の発生源である2視点はさみ込みとしての“対角線”というものに注目してみよう。

2視点はさみ込みとしての対角線

対角線が注目される典型例は，やはりカントールの対角線論法であろう。これは，先の数学の危機を招いた集合論の創始者カントールが，自然数の無限集合と実数の無限集合を比較し，後者がより大きな無限集合であることを証明するのに使った方法である。カントールは無限同士を比べるにあたって，1対1対応という手法を用いた。集合の大小を比べる場合，われわれは数えるということを行うが，無限を数え上げるわけにはいかない。しかし，数えるという行為が自然数と1対1対応付けすることだと分かれば，それを可能にするやり方を見出せばよいことになる。そしてそれを行使していった結果，自然数，整数，有理数は1対1対応が可能であることが分かった。すなわち，これらは同じ規模の無限だということである。ちなみにこれらを，数えられるということで可算無限集合という。それでは，有理数に無理数を加えた実数はどうか。結果として，実数の集合は自然数と1対1対応付けできない，すなわち，自然数の集合より大きいことが判明したのである。これを非可算無限集合，または連続体という[12]。このときに使われた手法が対角線論法である。分かりやすく2進法展開で0以上1未満の実数を並べ（順不同），自然数の番号を振っていく（数え上げていく）。

1　0. 0 1 1 0 0 1 …
2　0. 1 1 0 1 0 1 …
3　0. 0 0 0 1 1 1 …
4　0. 0 0 1 0 0 1 …
5　0. 1 1 1 0 1 0 …
6　0. 1 0 0 0 1 0 …
：

図6

ここで対角線上の0と1を，0なら1に，1なら0に置き換えていく。そうしてできた数列はこの表中に現れるか，問うてみる。現れないのである。その数列は，1番目の数列とは小数点1桁目が，2番目の数列とは2桁目が，3番目の数列とは3桁目が違っている。以下同様に，n番目の数列とはn桁目が違っているという理屈になり，この表をずっと辿っていっても永遠に現れないということになる。すなわち，自然数と1対1対応付けできない要素が実数の無限集合にはあるということである。

この論法は，対角線上では行と列に同じ数が割り当てられるということを利用したものである。そこから，対角線が二つの対峙する視点の交叉，重ね合わせであるという解釈が導き出せる。対角線は2視点はさみ込みなのである。カントールの対角線論法は，この対角線を無限の彼方まで伸ばし，その先に浮かび上がる「あちら」の視点を示唆し，もって1方向からの数え上げげに収まりきれないその限界を明らかにしたといえよう。無限には2種類の考え方がある。仮無限と実無限である。前者は，0から自然数を一つ一つ数え上げげていくもので，各段階は有限であるが，それは永遠に続けられ，その果てに無限が垣間見える。後者は自然数全体を一つの集合として一気にまとめて実体のごとく扱う姿勢である。仮無限にとどまっている限り問題はないのであるが，実無限を取り込もうとしたところに，先の数学の危機が出来したのであった。1視点囲い込みでは，実質どこまでいっても仮無限どま

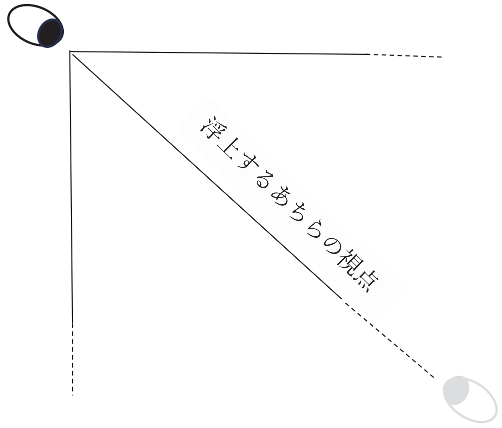

図7

りである。実無限という概念を持つためには，2視点で向こうからはさみ込んでやらねばなるまい。カントールの対角線論法からは，自然数数え上げ（1視点囲い込み）の発生の基盤にある2視点はさみ込み構造がうかがえるのである。

対角線論法は，ゲーデルの不完全性定理やチューリングの停止問題にも使われていることは知られている。それらについても2視点はさみ込み解釈から簡単に触れておこう。詳細は類書に譲る。ゲーデルはゲーデル番号という手法を使い，「ゲーデル番号Gの式は証明式を持たない」という式のゲーデル番号がまさにGである，すなわち，「自分自身は証明できない」という式を作り，よって数学内に真偽決定不可能な命題が存在することを証明した。上の命題は真と解釈すれば証明できず，偽（「証明できる」）と解釈すれば矛盾となる。数学の無矛盾性を信ずる限り，証明できないが真と信じざるをえない（決定法はない）命題を受け入れるしかないのである。これも対角線上に行列同番号が並ぶことを利用している。ゲーデル番号を振った命題と証明式の対応表を作ると，対角線上は命題と証明式が同じ番号になる。すなわち，「自分自身の証明式は自分自身である」という命題＝証明式が並ぶ。これは対角線の一方の側からは，両者の番号がずれないことを逐一辿る過程（対角線を外れないこと）となる。仮無限である（番号は無限にある）。それをもう一方からはさみ込むのが，上のゲーデル式，解釈すれば，「自分自身は自分自身意外に証明式を持たない」（対角線外に証明式の番号はない）である。かくして，従来の1視点数学の外である実無限が，2視点はさみ込みにより浮かび上がるのである。

チューリングの停止関数は，ディオファントス方程式（整係数の代数方程式，いわゆる普通の方程式）の決定問題をコンピュータープログラムの停止問題に変換したものである。その主張は，任意のプログラムが停止して出力するか，無限ループに陥り永遠に停止しないか，をあらかじめ決定するプログラムは存在しない，である。これは，任意のディオファントス方程式に解があるかないかをあらかじめ決定する方法はないということに等しい。この証明にも，対角線論法が使われている。これもプログラムと出力の対応表で考えると分かりやすい。それは，証明式と命題の関係に等しい。やはり，対角線上にプログラム＝出力が並ぶ[13]。「プログラム自体が出力である」が，対角線を逐一辿る一方

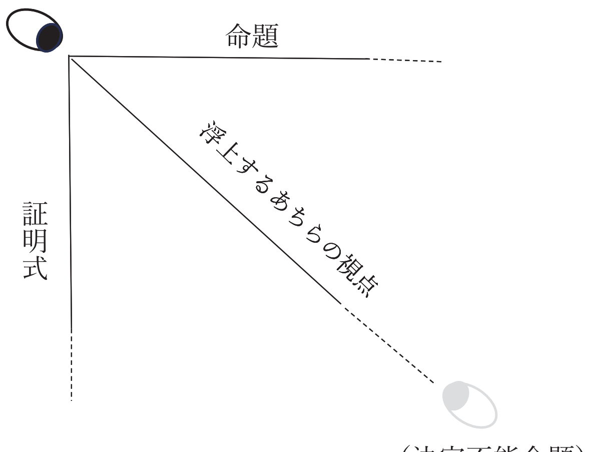

図8

の視点であるなら,「この出力には（対角線外には）プログラムはない」が，もう片方からはさみ込む視点である。これにより計算可能性の“外”，すなわち，計算不可能な関数が見えたのである[14)]。かくしてここでも，対角線を2視点はさみ込みで解釈することが可能となる。このことは，図4，図5の認識の根本構造を反映していると思われる。

これらを総観するに，自己1視点で見えるのは,「自然数—実数」,「命題—証明式」,「プログラム—出力」といった両者関係を示す境界線である。これが2視点はさみ込みにより，その関係性を超越するものとしての彼方の視点をすかし見せる無限の対角線となるのである。

この章の最後に，物理学においても対角線が2視点はさみ込み解釈可能な例を引いておこう。それはベルの不等式を巡るものである。ベルの不等式とは，量子絡み合いに関して，それが理論的にあり得るか否かの判断基準を提示した式である。量子絡み合いとは，量子Aの状態が観測により決定されると量子Bの状態が時空を超えて瞬時に決定される現象のことだ。これは，情報（影響）の伝達は光速を超えることはないという特殊相対性理論に反する。よって，アインシュタインはポドルスキー，ローゼンと連名で，量子力学がいまだ不完全な理論であることを主張する有名な論文を書いたのである。ベルはそこに,アインシュタインたちの主張が正しければ,すなわち量子絡み合いがなければ（換言すれば，あらかじめ状態を決定付けている隠れた変数があれば），ある物理量Sは2を超えることはない（$S \leqq 2$　正確には$-2 \leqq S \leqq 2$だが，－はイメージしにくいのでここでは省く。実際，ベルの不等式でも絶対値がメインとなるので，さほど問題はなかろう）というベルの不等式を提出した。直観的な解釈を少し述べれば，ランダムな状況よりある法則性に縛られた状況のほうが起こるケースは限られてくる。観測後による決定ではなく，ある隠れた変数のようなものであらかじめ状態が決定されているとすると，その物理量にはおのずと限界があるのである。その後，2022年ノーベル物理学賞を受賞したツァイリンガー，アスペらの実験によって，Sが2を超え，最終的に上限$2\sqrt{2}$になることが分かってきたのである。すなわち，量子力学の主張のほうが正しかったわけである。これは，相対性理論を頂点とする古典物理と新進の量子力学,両者の空間概念の違いに基づくと分かりやすい。

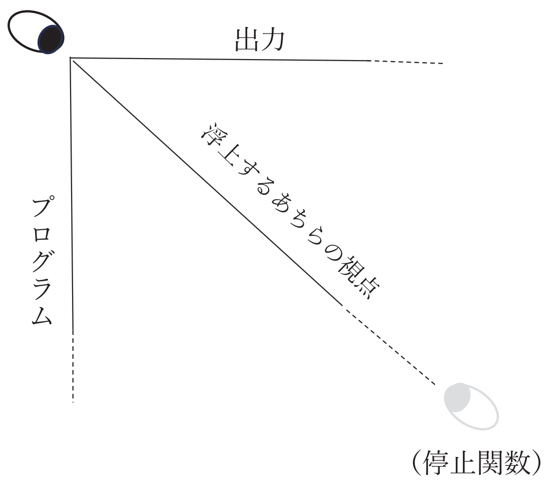

図9

イメージ図で描くと次のようになるか。

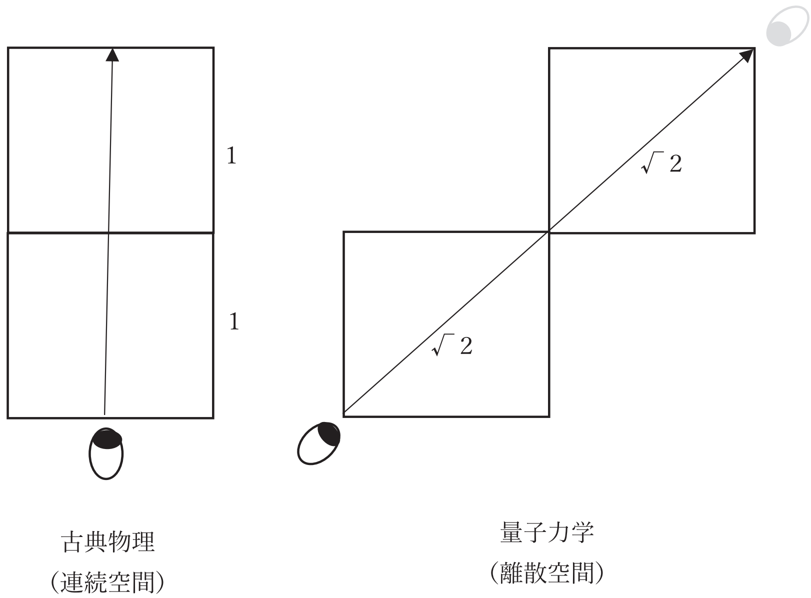

図10

古典物理の視点は1視点囲い込みで連続的に空間内を境界線をまたいで横断する。その過程は無限に細分できる点で逆に離散的といえる。それに対し量子力学では，2視点はさみ込みで離散的に空間はつながる。視点は，対角線をはさみ込む点を飛び飛びに進む。はさみ込まれた対角線はこれ以上細分できない真の連続である。その意味で，1視点で見るより「あちら」と「こちら」両者は，1＋1＝2を超えた量で濃密に絡み合っているのである。ミクロの世界を覗く量子力学は，究極的には対象が消えて，認識の基本構造が垣間見える物理学といえよう。

結語

以上，集合論，量子力学，共有知識とアポリア3部作を書いてきたわけであるが，最後はくしくも，前2作の補遺のような形となった。それは，この3部作の基調が同じであることの証である。筆者の現在の基本哲学は，何度も強調しているが，あらゆるアポリアは，認識の基本構造である2視点はさみ込みを後発の1視点囲い込みに還元しようとするところから生じる，よって，その経緯を描く，より根源的な言語表現が必要である，というものである。それが内的唯物論に根差した新認識論理（「モノそのものであるコト」を表す言語）なのであるが，まだまだ完成への道のりは遠い。本論では，命題を核としない論理ということで，その一端を示した。命題という言語表現による抽象的なものにではなく，もっと身体的な認識に足場を置いた論理である。それはともすれば浮遊しがちな（こちらから囲い込んでいく）抽象世界に代わって，他者からの反作用を受けた（あちらからはさみ込まれた）

物的世界を覗かせる。それが確固とした日常であり，共有知識はその典型的な場である。よく「他人の考えていることなど分からない」というが，それは，命題中心の論理に則った見方である。確かに，命題的内容はいわれてみなければ分からない。だが，われわれは，機械のように同一メッセージを正確にやり取りすることでコミュニケーションをしているわけではない。そうしたメッセージを生む（かに見える）共有知識状態という，むしろ身体的感覚の次元で理解し合っているのである[15)]。ただ，この足元の「モノそのものであるコト」は，いざ言語表現しようとするとはなはだ難しい。言語は所詮，抽象概念だからである。それでも，そこ（抽象と具象が相見えるところ）に向かって，これからも1作1作論文を積み重ねて進んでいく所存である。

注

1）鈴木啓司，「新たなる認識論理の構築19　―集合論のアポリア―」，名古屋学院大学論集（人文・自然科学篇）Vol. 58　No. 2，2022.

2）鈴木啓司，「新たなる認識論理の構築20　―量子力学のアポリア―」，名古屋学院大学論集（人文・自然科学篇）Vol. 59　No. 2，2023.

3）ちなみに，3将軍以上の場合をビザンチン将軍問題という。n人の将軍が互いに情報交換できるネットワークで結ばれているとき，偽情報を流す裏切り者がどのくらいの割合でいると全体のコミュニケーションはダウンするか，という問題である。これは，裏切り者を不具合のあるコンピューターに置き換えると，コンピューターネットワークのセキュリティー問題になる。答えは，3分の1以上でダウンするというもので，4分の1以下に抑えられれば正常なコミュニケーションは維持できるということになる。理由は，正常なメンバーに入ってくる真情報と偽情報の量を比べると，4分の1以下の場合，真情報のほうが多くなるからである（ここでは単純に，入ってくる量の多いほうを信じるということにしてある）。以前にも触れたが，数2，3，4の関係は認識論的観点から興味深いものがある。稿を改めて論じてみたい。

4）「あるいは」の論理解釈には，排他選言と非排他選言がある。「AあるいはB」といった場合，「AかBかどちらか一方だけ」というのが排他選言であり，「どちらもあり」を含めたのが非排他選言だ。人間はこの二つを臨機応変に使い分けている。例えば，当選すれば賞品AかBがもらえますといった場合，たいていの人は排他選言で解釈するだろう。だが，「A君かB君かどちらか見ましたか」と問われて，どちらも見ていた場合，「いえ，A君かB君かどちらかを見ることはありませんでした」と答える人はいないだろう（当然，「どちらも見ました」と答えるだろう）。この場合は，非排他選言で解釈しているのである。この使い分けがどのように成されているのかは，人間の思考形態を考えるうえで興味深い問題である。ちなみにコンピューターの論理回路は排他選言で組まれている。

5）ちなみに，現在も共有知識の形式的定義の定番であり続けていると思われるR. オーマンの集合論的定義は，知識の集合状態をまず考え，そこから内部に分け入るというものだ。命題Pを出発点として外に向かう方向はどこまでいっても取り込めない外部を残すが，集合状態を設定して内に向かうと，外は常に内を含んでおり，その最終的到達点が核，不動点としての命題Pだ。そこに至ることができれば，Pはその集合の共有知識となっているといえる。無限連言を避ける巧みな方法だが，先取的に集合状態の枠組みをはめてしまうところに，筆者は納得しきれないものを感ずる。お決まりの1視点囲い込み手法をやはり垣間見る思いがするのだ。（Robert J. Aumann, Agreeing to Disagree, in *Collected Papers I*, MIT Press, 2000, pp, 593–596.）

6）共有知識の多角形モデルということで，筆者はゆくりなくも，複素平面上で半径1の円内の正n角形の頂点は1

のn乗根になることを連想した。あたかもメンバー同士が絡み合い，全体として統一的な1を形成する共有知識を表象するかのごとく。円はいうなれば多角形の極限である。無限のメンバーが一つに溶け合い，安定した一つの最終意識となっている姿を思わせる。円の持つ深淵性だろう。ただこれは単なる連想であって，共有知識をこうした数学形式に落とし込もうという意図は筆者にはない（その力量もない）。むしろ，こうしたことこそ認識の基本構造から因って来るものであるというのが，筆者の持論である。

7）言語がもともとそうである。「犬」という言葉を聞いて思い浮かべる個体は人それぞれ違っても，犬の話はできる。これは，「犬」と聞いてある程度想像する内容をお互いに分かり合っていると思っているからこそ成立することだろう。言語はそういう曖昧さ（よくいえば多義性）のうえに機能しているのであり，言語空間はまさに共有知識の場であるのだ。

8）「何か知らないが知らないことがあることを知っている」の自覚は古来よりあった。プラトンの『メノン』の「知らないことの探求」，ニコラウス・クザーヌスの不可知なる神を前にしての「知ある無知」などだ。ただそれらにしても,「何か知らないが知らないこと」に何らかの形（前者は「忘れられたイデア」,後者は「不可知なる神」）を与えて語っているところに,今一つ根源性の追求への徹底不足を感じる。「何か知らないが知らないこと」は,あくまで「知っている」形の外にあろう。

また,「知らない」ということに関して,「無知学」なるものがあることを筆者は最近知った。おりよく『現代思想』の今年（2023）6月号が「無知学/アグノトロジーとは何か」の特集をしていたので読んでみたのだが,内容はもっぱら，歴史の中で政治的にいかに無知が生産され，いわゆる不都合な真実が隠蔽されてきたか（あるいは，有害なる知識を積極的に知らぬままにしておく無知の有徳性はあるか)，を考察するもので，認識論的な色合いは薄く,筆者の関心に沿うものではなかった。そこで論じられているのは大なり小なり「知らないモノ」で，それが語られうるのはそもそも「知らないコト」を知っているからだろうと思う筆者にとっては，物足りなさが残る結果となった。認識論上の構造的な本質を見極めなければ，「モノそのもの（何か知らないが知らないこと）であるコト（それがあることを知っている)」を表現する言語には行き着けないだろう。

9）無限に関する排中律の乱用が危険であることは，数学の命題に限らずともうなずける。不在命題の証明の不可能性がそれだ。「この世に霊は存在しない」は，無限ともいえるこの世を調べ尽くしその不在を確認しなければ証明できない。これに対し，「この世に霊は存在する」は，霊そのものを見つけ出し現物を示せば証明できる。だがこれをもって，前者は証明不可能，後者は証明可能だから霊は存在する，とはならないことはいうまでもない。霊自体が発見されるまでは，この証明問題はサスペンデッドである。直観主義論理も，無限について云々したければそれを構成して現物を見せよ，といっているのである。

10）従来の認識論理の位置付けを述べておこう。全称記号∀を「すべての場合でそうである」,すなわち「必然」（記号は□）と解釈し，存在記号∃を「ある場合でそうである」，すなわち「可能」（記号は◇）と解釈することで，古典論理は様相論理に拡張できる。「様相」にはさまざまあって，例えば，全称を「すべての場合でそうしなければならない」，すなわち「義務」と，存在を「ある場合はそうしてもよい」，すなわち「許可」とすると，義務論理になる。認識論理は，全称を「知っている」，存在を「信じている」と解釈して認識のありようを扱う論理である。「知っている」命題は真理となり（「知っている」と呼べる内容は常に正しい)，「信じている」命題は真でも偽でもあり得る（「信じている」内容は時に間違っている)。このように，従来の認識論理は古典論理の一派生系なのであるが，筆者のいう新認識論理は当初より主張しているように，そもそも古典論理の基盤，発生源となるより根源的な論理である。

11）これは論理学的にはとっぴに映るだろうが，ヘーゲルの弁証法に通じるものといえよう。ご存じの通りそれは，テーゼ，アンチテーゼの対立からより高次の段階でのジンテーゼを引き出してくるものだ。このように，自己完結的でなく，自己内で外に向かう新たなものを生み出す論理体系が，人間の認識形態を活写するには必要なのである。

12）もう少し厳密にいうと，有理数を含めた代数的数が可算無限集合となる。代数的数とは，整係数の代数方程式の解となる数のことで，無理数でも$\sqrt{2}$などは$x^2-2=0$の解となるので代数的数である。代数的数以外の無理数を超越数といって（π，eなど），これらが非可算無限集合となる。実数直線上に占める可算無限集合の割合いは限りなく0に近く，殆どすべては非可算無限集合である。

13）ちなみに，お遊びのプログラムで，有名な米国の論理学者クワインの名を冠した，実行すると自分自身を出力するクワインプログラムというものがあるらしい。

14）少し抽象的過ぎるきらいがあるので，数学的な言い回しを添えておくと，計算可能とは再帰的関数であるということだが，それは大まかにいえば，どんなに計算が進んでも原点に戻ってこられるということだ。決して彼方にいきっぱなしにはならない。これはまさに1視点囲い込みの立ち位置だろう。しかし，認識論的には，計算外である2視点はさみ込みのあちらからの視点が，計算を含めた人間の知的活動の根底にはあるのである。

15）共有知識をゲーム理論的に論じる場合，さまざまなシミュレーションゲームが考えられてきたが（ナッシュ，ハルサーニ，シェリングなど），それらは多かれ少なかれ命題選択ゲームの様相を帯びていた。例えば，何も打ち合わせしていないときのニューヨークでの待ち合わせがどう成立するか，といった具合に（ここでは，あまたある選択肢のうち，「グランドセントラル駅で正午に」が慣習的に選ばれやすいとされる）。だが，命題を核としない論理の構築を目指す筆者としては，共有知識の内容が生成される場のシミュレーションを提案したいのである。名付けて共有知識生成ゲームという。そこで以下のようなものを考えた。参加者は4人である。それをくじ引きで2人1組，計2組に分ける。そして，各組でパートナー同士が交互に50音から1文字ずつ選んで，決められた字数（5～7文字が適当か）の単語（命題ではないが）を完成させる。途中，パートナー同士で同じ言葉を思い描いていると判断した時点でコールをかけ，2人同時に残りの文字を書き，それが同一であれば成功である。これを早い段階で行ったチームの勝ちとする。このゲームは勝敗よりも，何も選択肢のない状態(最低限の材料，50音はあるが）で何かを作っていく過程での共有知識場の再現に重点を置いたものである。命題が先にあるのではなく，人間特有の共有知識という認知態勢（互いに共有知識状態にあるという確信）が共通の命題を作り出すのだという筆者の持論を具体化するゲームとして考えてみたのだが，果たして出来はいかん。

参考文献

J. -J. Ch. Meyer, W. van der Hoek, *Epistemic logic for AI and computer science*, Cambridge, 1995.

R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses, Moshe Y. Vardi, *Reasoning about knowledge*, MIT Press, 1995.

竹内　薫,『不完全性定理とは何か　ゲーデルとチューリングの考えたこと』，講談社ブルーバックス，2013.