名古屋学院大学論集　医学・健康科学・スポーツ科学篇　第12巻　第1号　pp. 11-17

〔研究ノート〕

計算理論の視点からスポーツ科学研究を考える

齋　藤　健　治[1]

要　旨

スポーツ科学とは何か，スポーツ科学研究の目的は，等の問いはスポーツ科学分野の黎明期からあり，現在も重要な研究テーマの一つに挙げられる。しかしながら，他の分野同様，分野内での研究分野細分化が進み，分野を俯瞰することが難しくなっているのが現状である。ここでは，計算機科学分野の計算理論を援用して，「計算可能性」と「計算複雑性（計算量問題）」の視点をスポーツ科学研究に適用し俯瞰することについて考えてみる。

キーワード：計算可能性，計算複雑性，計算量クラス，多項式時間

はじめに

「計算」とは，四則演算だけでなく人間の推測・判断やあらゆる作業を指す，あるいはあらゆるものが「計算」に置き換えられる，という視点に立てば，スポーツ科学の研究も「計算」問題に置き換えられると考えられる。ある問題設定がなされた場合，当然ながらその問題の解が求められることが期待される。例えば，「あるトレーニングにより競技力は向上するか」という問題設定に対する解は，向上する（Yes）か向上しない（No）か，である。計算理論の点からこの問題を定式化した場合，その解がYesかNoか，ということが重要だが，そもそも解が求まるかどうか，という計算可能性の問題が浮上する。計算不能となった場合，それはYesかNoか言及できないことを意味し，計算プログラム的にいうと，例えばWhileルーチンをループし続けることに等しい。これは，スポーツ科学研究に当てはめると，条件設定の違いこそあっても全体としては同じような研究を延々と繰り返すことと同等である（につながる）。そして仮に，計算可能となった場合，現実的な時間で解が求まるかどうか，手に負えるかどうかという問題に直面し，前述の問題でいえば，トレーニングに関する条件が増えれば増えるほど，計算量が増大し，解への到達が困難になることが想像される。ここでは，「計算可能性」と「計算複雑性（計算量問題）」の視点をスポーツ科学研究に適用することについて考えてみる。

1　名古屋学院大学スポーツ健康学部

Received 7 August, 2023
Accepted 21 August, 2023

スポーツ科学の計算可能性の視点

計算機科学の分野には,「計算とは」,あるいは「計算可能な問題とは」という問いがある。この問いに対する答えとしては,「計算」とはコンピュータによる計算,「計算可能」とはプログラムが作れること,「問題」とは与えられた入力に対し出力を計算する問題のことであり,したがって,入出力の対応関係を表す「関数」として規定される[9]。このように,「計算」「問題」を四則演算に限らず幅広く,入力に対して何らかの処理を施し出力をはきだす処理とするなら,世の中のあらゆる作業,例えば日常生活での行動や作業,そしてその中で行われる予測・判断も,「計算」および「問題(関数)」に含めることができる。

大多数の計算問題は,ある決まった個数の自然数a_1, a_2, …, a_nが与えられたとき,それに対して,解となる自然数aを求めよ,という形の自然数論に帰着・還元可能である[6]。$a=f(a_1, a_2, \cdots, a_n)$とおき,ある数論的関数$a=f(a_1, a_2, \cdots, a_n)$に対して,変数の値を任意に与えたとき,その場合の関数値aを具体的に出すことができるアルゴリズムがあるかないかを問う問題に帰着・還元できる[6]。そして,アルゴリズムはコンピュータ上で動くプログラムという形で実行される。具体的には,例えばC言語プログラムが存在するという形で規定され,コンピュータで解が求められることにより,その関数は計算可能であると定義される[4]。

一方,計算問題を,与えられた文字列に対し,Yes/Noまたは真/偽で答える問題に還元することもでき,この場合,決定(判定)問題という。「決定問題を解く」ということについても,すべての入力に対して正しい答えを返すようなアルゴリズムを見つけることに他ならず,正しい答えを返すアルゴリズムが「存在する」ことが確かであれば,決定可能な問題ということができる。ただし,Yes/No,真/偽を1/0で表すことにすれば,結局,計算可能問題に帰着できることになる。

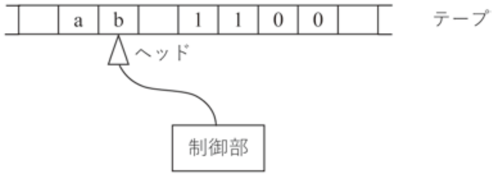

図1

Turing機械。思考上の機械で、計算モデルである。制御部が現時点での「状態」を把握し、ヘッドが指しているテープのセルの文字によって次の動作が決まる。この動作規定を遷移関数と呼ぶ。

ところで,コンピュータで計算できない,計算不可能(決定不能)な問題は存在するのだろうか?

証明[11]

決定問題全体の集合$\{\mathrm{YES, NO}\}^{\Sigma^*}$(文字列全体の集合)の濃度は実数全体の集合の濃度と等しく,非可算無限である。一方で,Turing機械の遷移関数※は可算通りしかないので,Church-Turingの提唱※※より,計算可能な関数の全体も高々可算である。したがって,決定不能問題が(非可算個)存在する。

※ Turing機械のヘッドの「状態」と「指している文字」によって次に何をするかが決まるが,この動作規程のことをいう。

※※ 計算手順を示す方法は様々(Turing機械(図1),機能的関数,ラムダ計算等)であるが,どのような流儀で定義されても計算可能性の概念は一致するという考え。

一方で,一般的に「文章で具体的に記述可能

な」決定問題も可算通りしかないことから，すべて決定可能なのではないか, とも考えられる。しかしながら，プログラムの停止判定問題，上下二つの文字列対が与えられたとき，上の列と下の列が等しくなるようにできるか否かの判定問題（ポストの対応問題)，任意の整数係数方程式が整数解をもつか否かの問題（ヒルベルトの第10問題)，熱平衡するかどうかを知る一般的な方法に関する問題など，アルゴリズムが存在しない問題，すなわち決定不能な問題がたくさんあることが証明されている［5，7，12]。

それでは,「スポーツ科学研究を計算する」とはどういうことだろうか？スポーツ科学研究は計算可能か？スポーツ科学研究もスポーツに関して提起された問題を解決する処理手順であると捉えることができるが,「スポーツ科学研究」のままでは，あまりにも対象とする問題が広範囲で漠然としているため，問題設定を絞ることも必要である。スポーツ科学は現在では細分化された学術分野であるとはいえ，その成り立ちの経緯から判断すると，医学的なサポートのもとに選手の競技力向上を図ろうとするところに，一つの目的があるといえるだろう［2]。つまり, 概ね, 生理学等の知見を利用してトレーニングメニューを開発し，選手の身体の出力を高めようとする問題設定で，そしてそれは可能か否かを計算する。定式化するなら，トレーニングメニューの実行を関数f，トレーニングの条件等を入力値a_1，a_2，…，a_nとし，関数値$a=f(a_1, a_2, \cdots, a_n)$を計算する，つまり，その真偽を判定する決定問題と考えることができる。この問題は果たして計算可能であろうか？

スポーツ科学の計算量の視点

計算可能であるなら，それでは実用的計算量で解くことができるかどうか？世の中の問題は, 原理的には解くことができるが(計算可能, 決定可能)，実用的に解けるかどうかわかっていないことが多いという［10]。ここで，実用的に解けるとは，比較的妥当な計算時間内に解ける，あるいは多項式時間Polynomial timeで解ける問題のことで，これをクラスPの問題という［10]。一方，実用的に解けるかどうかわかっていない問題の多くをNon-deterministic polynomial time問題，すなわちクラスNPの問題という。NP問題は，簡単にいうと，解の正しさの検証は比較的簡単にできるが，入力（条件）数が組み合わせ爆発する場合が多く，そのため，たとえ有限時間で原理的に解けても現実的な時間で解けない問題のことをいう。表1に示すように，入力数nの増加にともない，計算量はn^2やn^3といった多項式オーダーが現実的であり，2^nや$n!$となる問題はnの増加にともない計算量が爆発的に増大するため手に負えない問題となる。例えば，ハミルトン閉路問題は組み合わせ爆発を起こすクラスNP問題の一例である（図2)。すべての点を一度だけ通って，

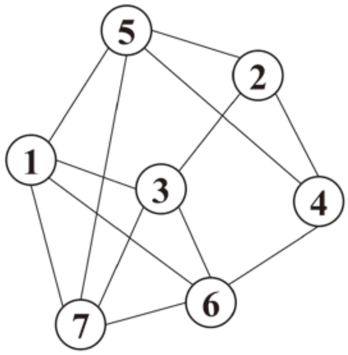

図2

ハミルトン閉路問題の一例。全ての点を一度だけ通って元の点に戻るルートを探す問題。多項式ステップで解を見つける方法は見つかっていない（クラスNP)。単純な総当たりでは7!通りの探索が必要になる。1，6，3，2，4，5，7，1が解の一つ。

表1　入力数nと各オーダーにおける計算ステップ数あるいは計算時間。計算時間は太字表記。1秒間に1億ステップ実行可能と仮定。

log n	n	n log n	n^2	n^3	2^n	n!
3	5	15	25	125	32	120
4	10	40	100	1,000	1,024	3,628,800
5	20	100	400	8,000	1,048,576	**772年**
6	50	300	2,500	125,000	**130日**	**9×10^{48}年**
7	100	700	10,000	**0.01秒**	**400兆年**	**3×10^{142}年**
8	200	1,600	40,000	**0.08秒**	**5×10^{44}年**	
9	500	4,500	250,000	**1秒**		
10	1,000	10,000	**0.01秒**	**10秒**		
13	5,000	65,000	**0.25秒**	**21分**		
14	10,000	140,000	**1秒**	**3時間**		
16	50,000	800,000	**25秒**	**14日**		
17	100,000	1,700,000	**2分**	**116日**		

元に戻るという問題であるが，図2のように7点の頂点をもつ問題であっても組み合わせ総当たりを計算すると7!＝5040通りとなる。実際には，すべての点が線でつながれているわけではないので，それよりは組み合わせが少なくなるが，2^7より少なくなることはない［10］。つまり，2^n～n!のオーダーとなり，nが少し増えるだけで組み合わせ爆発を起こし，一般的に実用的な計算時間で問題が解けるとはいえない。ただし，解が示されれば，それが正しいかどうかは多項式時間で検証することができるのもクラスNPの特徴である。

スポーツ科学研究の問題を当てはめてみると，前述したトレーニング条件等の入力数nの組み合わせ次第で，2^nやn!のオーダーで現実的には手に負えない問題に定式化される可能性もある一方で，整数計画問題に置き換えることができればヒューリスティックに求められるかもしれない［1，8］。整数計画問題も計算可能であるが，クラスNP（NP完全）であり［3］，解くのは難しいが，解の候補が挙げられればその検証は比較的簡単である。スポーツ科学の対象となる問題に目を向けてみると，前述のようなトレーニング効果問題，戦術問題などパフォーマンス，成績向上に関する多くの問題は，その解を見つけることは簡単ではないが，試行錯誤の末出された解の妥当性は簡単に検証できるといえる（結果としてトレーニング効果があったか，戦術は当たったかなど）。この意味で，クラスNPに相当するといえるし，現場での取り組みを計算論に置換するとクラスNPの問題になるのかもしれない。

一方，クラスPの問題であれば，容易に（多項式時間で）解を見出すことができるが，スポーツ科学問題の本質が前述のようにクラスNP（あるいはそれ以上）とするならば（図3），研究の設定としては，条件設定をスポーツ現場ではあり得ない（いわゆる実験室レベル）程度に絞り込むことで問題をクラスPに落とし込むことが現実に行われているのかもしれない。そ

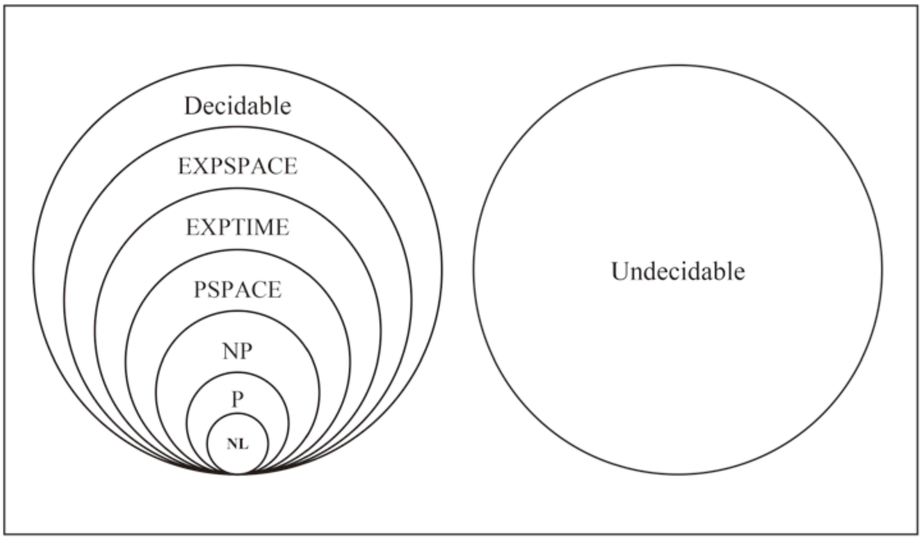

図3

計算可能性問題と計算複雑性クラスの包含関係イメージ図。NL:非決定性Turing機械で対数領域で解ける問題のクラス。P:多項式時間で解ける問題のクラス。NP:非決定性Turing機械で多項式時間で解ける問題のクラス。PSPACE:多項式領域で解ける問題のクラス。EXPTIME:指数関数時間で解ける問題のクラス。EXPSPACE:指数関数領域で解ける問題のクラス。Decidable: 決定可能問題。Undecidable: 決定不能問題。

の場合，よくいわれる実験室と現場とのパイプはどうなのであろうか。スポーツ科学研究がクラスNPに属するなら，時代を越えて，対象を代えながら,結果として解に到達することなく,同じような試みが可算無限回続けられるとも考えられる。

本稿では，スポーツ科学研究として，トレーニング分野のテーマを例として挙げたが，より多くの研究課題が，結局は何か一つの計算問題に還元できることが示されれば，このことは問題にならない。今後は，スポーツ科学研究の性質を普遍化して捉え，計算問題に置換する取り組みを進めたい。

参考文献

［1］ 藤江哲也（2012）整数計画法による定式化入門，オペレーションズ・リサーチ，4月号: 18–25.

［2］ 樋口 聡（1995）スポーツ科学論序説（Ⅱ）: イメージの生成，広島大学教育学部紀要 第二部，44: 113–123.

［3］ 茨木俊秀（1977）整数計画はなぜむずかしい？，オペレーションズ・リサーチ，6月号，352–358.

［4］ 鹿島 亮（2013）C言語による計算の理論，サイエンス社.

［5］ 小林孝次郎（1980）計算可能性入門，近代科学社.

［6］ 赤 攝也（1974）解説, 渡辺 茂•赤 攝也訳 デーヴィス 計算の理論，現代科学選書 所収: pp 273–303.

［7］ Shiraishi, N. and Matsumoto, K. (2021) Undecidability in quantum thermalization, Nature Comm., 12:5084.

［8］ 梅谷俊治（2014）組み合わせ最適化入門: 線形計画から整数計画まで，自然言語処理，21(5): 1059-1090.

［9］ 渡辺 治（2004）計算の可能性・計算の複雑さ

入門, 近代科学社.
［10］ 渡辺 治（2014）今度こそわかるP≠NP予想, 講談社.
［11］ y. (2017) 決定不能問題の話，http://iso.2022.jp/math/tsudoi/10/slide.pdf，2023年7月31日現在.
［12］ 山崎秀記（1989）計算できない問題について, 一橋論叢，101(4): 591-601.

〔Research Notes〕

An attempt to consider sport science research from the perspective of computational theory

Kenji Saitou[1]

Abstract

Questions such as what is sports science and what is the purpose of sports science research have been around since the dawn of the field of sports science and remain one of the most important research topics today. However, as in other fields, research fields have become increasingly fragmented within the field, making it difficult to get a bird's-eye view of the field. Here, I will take a bird's-eye view of sports science research by applying the perspectives of computational theory in the field of computer science such as "computability" and "computational complexity".

Keywords: Computability, computational complexity, computational complexity class, polynomial time

Nagoya Gakuin University