名古屋学院大学論集　社会科学篇　第58巻　第4号　pp. 219–239

〔論文〕

世代間外部性に関する私的情報の下での地域間再分配と地方予算メカニズム

――地域の公共財耐用度の引上げ努力を考慮して――

水　田　健　一

名古屋学院大学名誉教授

要　　旨

本稿では中央政府と2つの地域からなる政府間財政システムにおいて，中央政府による最適な財政移転システムについて考察する。2期間のモデルで各期に地方政府は中央政府からの財政移転，公的借入，地方税を財源に地方公共財を供給する。地方公共財の耐用度は地域間で異なるが，それらは地域の私的情報で中央政府はそれについての情報を持たない。この設定において，中央政府による誘因整合的な財政移転の下で，次善最適な配分はどのような性質を持つのかについて考察を行った。さらに地方政府の借入額に上限または下限を設定することで，借入額の決定を地方政府に委ねた分権的なシステムの下で，この最適配分を実現することができることを明らかにする。本稿の分析は，Dai et al. (2019) が設定したモデルを拡張したものだが，これに地域による公共財の耐用度を高めるための努力指標を導入した上で分析を行った。

キーワード：連邦制，非対称情報，誘因整合性制約，世代間外部性，分権的財政移転システム

Interregional redistribution and local budget mechanisms under private information on intergenerational externality

――Considering regional efforts to raise durability of local public goods――

Kenichi MIZUTA

Professor Emeritus
Nagoya Gakuin University

発行日　2022年3月31日

Ⅰ．はじめに

Oates(1972)以来，中央政府と地方政府との間の情報の非対称性は，分権的な財政システムと政府間財政制度における地方公共財の分権的な供給に主要な正当性を与えてきた。地域の属性に関する情報の非対称性の存在の下での中央政府による最適な財政移転システムに関しては，これまで多くの研究がなされてきた[1)]。なかでもCornes and Silva (2000), (2002)は，各地域が費用を負担して，その固有の公共財供給費用の引き下げ努力の投入を分析に取り入れた。以上の研究は，いずれも1期間での中央政府による地域間財政移転を分析したものである。これに対してHuber and Runkel (2005), (2008)は，地方政府による2期間の公共財供給に対する中央政府による財政移転政策を分析している。彼らは第1期に供給された地方公共財は一定の損耗率で第2期の世代に便益を提供するが，これを世代間の外部性としている。地方の両期間の間の公的支出および私的支出便益に対する割引率が地方の私的情報で，中央政府は正確な情報を持たない。そこでは将来便益を高く評価する地域（地域H）とそれを低く評価する地域（地域S）の2つのタイプの地域が存在すると仮定された。中央政府は各地域に対して，H地域，S地域のための公的借入額と移転額のメニューを提示して，その地域がどちらの地域に属するのかを表明させる。そして最適において借入額，地域への移転額，第1期，第2期の公共財供給量と私的財消費は，中央の誘因整合的な財政移転システムの下で，H地域，S地域のどちらが大きくなるのかを明らかにした。

Dai et al. (2019)は，各地域の属性を将来便益に対する割引率ではなく，第1期に投資された公共財の第2期における耐用度として，同様の分析を進めている。地域のタイプは公共財の耐用度の高い地域（H地域）と低い地域（S地域）の2つで，その地域がどちらのタイプに属するのかは，地域の私的情報である。彼らはHuber and Runkel (2005), (2008)と同じように，中央政府が公的借入額の決定を地方政府に委ねて，各属性の地域に対する財政移転額のみを指定する分権的なシステムについても分析を行った。そこではどちらの地域の誘因整合性制約が等号制約として成立するかに応じて，H地域の借入額に下限を設定し，S地域の借入額に上限を設定することで，分権的な財政移転政策が最適な配分を実現できることが示された。

本稿ではDai et al. (2019)が設定したモデルを拡張して，Cornes and Silva (2000)，(2002)等が考察した地域による公共財の耐用度を高めるための努力指標を導入した上で[2)]，不完全情報下での次善最適の配分を実現できること，さらに地方政府の借入額に上限あるいは下限を設定することで，借入額の決定を地方政府に委ねた分権的なシステムの下で，この最適配分を実現することができることを明らかにする。

次節以降の本稿の構成は以下のとおりである。Ⅱでは，本稿の基本的なモデルを示す。Ⅲでは，完全情報の場合と中央政府と地域の間で情報の非対称性が存在する不完全情報の場合のそれぞれについて最適な配分を求め，それぞれの場合について，両タイプの地方の間での公的借入額，中央政府からの財政移転額，第1期，第2期の公共財供給量と私的消費量の大小の比較を行う。Ⅳでは，Ⅲで求めた非対称情報下での次善最適の配分が，公的借入額の上限または下限を設定することで，借入額を地域の選択に委ねた分権的財政移転システムの下で達成されることを明らかにする。最後のⅤでは，全

体のまとめを行う。

II．モデル

中央政府と2つの地域から構成されるシステムにおける2期間のモデルを考察する。各地域（Sおよび H 地域とする）ではそれぞれ1つの地方政府が存在するものとする。各地域の第1期の人口規模は同一とし，それぞれ1に基準化する。各地域では，同一の諸個人のコーホートが居住し，1期間だけ生存するものとする。第2期には，同じ人口数（＝1）の新しいコーホートが生まれるものとする。期間$t \in \{1, 2\}$ において各個人は所与の所得$y_t > 0$を得る。地域$i \in \{S, H\}$について地域の社会厚生は次式で表されるとする。

$$V^i = u_1(c_1^i) + g_1(G_1^i) + \delta u_2(c_2^i) + \delta g_2((\theta^i + e^i)G_1^i) + \delta g_3(G_2^i) \qquad (1)$$

ここで，c_1^i，c_2^iは，第1期と第2期の私的消費，G_1^i，G_2^iは，第1期と第2期の公共財供給であり，$\theta^i \in (0, 1]$は，第1期の公共財G_1^iの世代間外部性の程度を表すパラメータで，地域iに固有の，公共財の耐久性の高さを表す。e^iは地域が公共財の耐用度を高めるための努力パラメータで，地域の耐用度向上努力の結果，第1期に供給された公共財G_1^iは，第2期には$(\theta^i + e^i)G_1^i$だけ利用可能となるものとする。δは両地域で共通の1期あたりの効用の割引要素である。u_1は第1期の私的消費がもたらす効用，g_1は第1期の公共財の効用を表し，またu_2は第2期の私的消費がもたらす効用，g_2は第1期に投資された公共財が第2期の住民に与える効用を，そしてg_3は第2期の公共財供給がもたらす効用を表す。これらの5つの効用関数は，いずれも厳密に凹の増加関数であるものとする。本稿の全体を通じて，以下の2つの仮定を置く。

仮定1　これらの2つの地域は，θのみが異なるものとし，$\theta^S < \theta^H$とする。

仮定2　関数g_2の限界効用弾力性$\xi_{g2'} \equiv -g_2''((\theta^i + e^i)G_1^i/g_2')$は，1より大きくないものとし，$0 < \xi_{g2'} \leq 1$と仮定する。

さらに両地域の公共財G_1^iの耐用度の向上努力e^iについて，以下の費用関数を仮定する。

$$\omega(e^i) = 1/(1 - \nu - e^i) \qquad (2)$$

ここで分母のνは，$\nu \geq \theta^H$を満たす所与の値の実数である。上の仮定により$0 < \theta^i + e^i < 1$が満足される。

t期の地域iの個人は，以下の予算制約の下で私的消費を選択する。

$$y_t = c_t^i + \tau_t^i \qquad (3)$$

τ_t^iは，t期において地方政府iが地方公共財供給を賄うために徴収する一括税である。期間1において，地域iは中央政府から財政移転z^iを配分され，借入b^iを行い，地方税収入τ_t^iと合わせて地方公共財の供給を賄う。地域iは第1期に供給する地方公共財G_1^iの固有の耐用度θ^iをe^iだけ高めるための支出$\omega(e^i)$を借入金によって賄い，公共財供給のための借入b^iと合わせて，所与の共通の利子率$r > 0$の下で第2期に返済する。第1期と第2期の地域iの予算制約は，それぞれ次の各式で表される。

$$G_1^i = \tau_1^i + b^i + z^i \tag{4}$$

$$G_2^i = \tau_2^i - (1+r)(b^i + \omega(e^i)) \tag{5}$$

財政移転z^iは，正，負のいずれの符号も取りうるものとする。z^iが負の値を持つ場合，中央政府が他地域に財政移転を行うために地方政府が支払う税を表す。この地域間再分配の下で，中央政府の予算制約は次式で表される。

$$z^S + z^H = 0 \tag{6}$$

したがって中央政府は，1地域から徴収した資金を他の地域に財政移転する。

地域iにとっての問題は，中央政府によって選択されたb^iとz^iの下で，各期の私的予算制約（3）式と地方政府の予算制約（4）式，（5）式の制約の下で，地域の社会厚生（1）式を最大化する一括税額τ_1^i，τ_2^iを選択することだが，これは私的消費c_1^i，c_2^iを選択することと同値である。私的な予算制約（3）式と地方の予算制約（4）式，（5）式を組み合わせることにより，各期の地域の予算制約は以下で表される。

$$G_1^i = y_1 + b^i + z^i - c_1^i \tag{7}$$

$$G_2^i = y_2 - (1+r)(b^i + \omega(e^i)) - c_2^i \tag{8}$$

このモデルの以下の部分では，記述の簡単化のために地域を表す指標iを省略する。（7）式と（8）式を（1）式に代入することにより，地域厚生関数は次式で表される。

$$\begin{aligned} &V(b, z, e, \theta) \\ &= \max_{c_1,\ c_2} \Big\{ u_1(c_1) + g_1(y_1 + b + z - c_1) + \delta u_2(c_2) + \delta g_2((\theta + e)(y_1 + b + z - c_2)) \\ &\qquad + \delta g_3(y_2 - (1 + r)(b + \omega(e)) - c_2)) \Big\} \end{aligned} \tag{9}$$

c_1，c_2に関する厚生最大化のための1階の条件は以下の両式となる。

$$u_1'(c_1) - g_1'(G_1) - \delta(\theta + e) g_2'((\theta + e)G_1)) = 0 \tag{10}$$

$$u_2'(c_2) - g_3'(G_2) = 0 \tag{11}$$

（7）式と（8）式を考慮すると（10）式と（11）式から地域の私的消費c_1，c_2はb, z, eの関数$c_1 = \phi(b, z, e)$　$c_2 = \phi(b, e)$と表される。（10），（11）をc_1，c_2，b，z，eに関して全微分して
$\phi_b \equiv dc_1/db$，$\phi_z \equiv dc_1/dz$，$\phi_e \equiv dc_1/de$，$\phi_b \equiv dc_2/db$，$\phi_z \equiv dc_2/dz$，$\phi_e \equiv dc_2/de$を求めると，

$$\phi_b = \phi_z = [g_1'' + \delta(\theta + e)^2 g_2'']/[u_1'' + g_1'' + \delta(\theta + e)^2 g_2''] > 0 \tag{12}$$

$$\phi_e = \delta g_2'(1 - \xi_{g2'})/[u_1'' + g_1'' + \delta(\theta + e)^2 g_2''] < 0 \tag{13}$$

$$\phi_b = -(1+r) g_3''/[(u_2'' + g_3'') < 0 \tag{14}$$

$$\phi_z = 0 \tag{15}$$

$$\phi_e = -(1+r)\omega' g_3''/(u_2'' + g_3'') < 0 \tag{16}$$

個人にとっての地方政府の借入bと中央政府からの財政移転zの間の無差別曲線の傾きを求めるため，地域の厚生関数（9）式を$dV = 0$の下でbとzについて全微分する。

$$(dz/db)\Big|_{dV=0}$$
$$=-[g_1'(G_1)+\delta(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)-\delta(1+r)g_3'(G_2)]/[g_1'(G_1)+\delta(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)] \tag{17}$$

（17）式をbで微分した上で整理すると，

$$d^2z/db^2=[1/(g_1'+\delta(\theta+e)g_2')^2]$$
$$\Big\{-\delta(1+r)g_3'(g_1''+\delta(\theta+e)^2g_2'')\Big[1+(dz/db)\Big|_{dV=0}-\phi_b-\phi_z(dz/db)\Big|_{dV=0}\Big]$$
$$-\delta(1+r)g_3''(1+r+\phi_b')(g_1'+\delta(\theta+e)^2g_2')\Big\}$$

上の式に(17)式の$dz/db\Big|_{dV=0}$と（12）式のϕ_b，ϕ_zを代入した上で式を整理すると，

$$(d^2z/db^2\Big|_{dV=0})=-[\delta(1+r)^2/(g_1'+\delta(\theta+e)g_2')^3(u_1''+g_1''+\delta(\theta+e)^2g_2'')(u_2''+g_3'')]$$
$$\cdot\Big[g_3'^2(g_1''+\delta(\theta+e)^2g_2'')\delta u_1''(u_2''+g_3'')+g_3''(g_1'+\delta(1+r)g_2')$$
$$\cdot(g_1'+\delta(\theta+e)g_2')(u_2''+g_2''+\delta(\theta+e)^2g_2'')u_2''\Big]>0 \tag{18}$$

（18）式により，無差別曲線（b, z）は，U字型の形状となる。さらに（17）式を地域の固有の公共財の耐用度θで微分して次式を得る。

$$d[(dz/db)\Big|_{dV=0}]/d\theta=[\delta(1+r)/(g_1'+\delta(\theta+e)g_2')^2]$$
$$[-g_2''\phi_\theta'(g_1'+\delta(\theta+e)g_2')+g_1''g_3'\phi_\theta'-\delta g_2'g_3''-\delta(\theta+e)G_1g_2''g_3'$$
$$+\delta(\theta+e)^2g_2''g_3'\phi_\theta']$$

（10）式と（11）式をそれぞれc_1とθで全微分して，$dc_1/d\theta\equiv\phi_\theta'$を求めると，

$$\phi_\theta'=\delta g_2'(1-\xi_{g2'})/[u_1''+g_1''+\delta(\theta+e)^2g_2'']<0$$

この式を上の式に代入して式を整理すると，

$$d[(dz/db)\Big|_{dV=0}]/d\theta$$
$$=[\delta(1+r)/(g_1'+\delta(\theta+e)g_2')^2]\Big\{-\delta g_2'g_3''-\delta(\theta+e)G_1g_2''g_3'$$
$$+[g_1''g_3'+\delta(\theta+e)^2g_2''g_3']\delta g_2'(1-\xi g_2')/[u_1''+g_1''+\delta(\theta+e)^2g_2'']>0 \tag{19}$$

これにより地域固有の公共財の耐用度が高ければ高いほど，無差別曲線(b, z)の傾きは大きくなる。これにより逆選択問題を解くために要求される「単一交差条件」が満足される。

Ⅲ．地域間の最適分配政策と地方の借入政策

この節では，中央政府が各地域の公共財の固有の耐用度についての情報を得ることができる完全情報のケースと，中央政府がそれらを得ることができない不完全情報のケースについて，最適な財政移転や借入額，各期の公共財供給がどのような値となるかを考察する。

中央政府はその予算制約の下で社会厚生を最大化する。非対称情報の下では，中央政府はそれに加えて，各地域がそのタイプを正直に表明しようとする誘因を持つことを保証する誘因整合性制約を考慮に入れなければならない。顕示原理により，中央政府は各地域に対して，中央からの財政移転，地域の借入，および公共財の耐用度を高めるための努力水準を規定する契約を提示する[3)]。厚生最大化

問題は

$$\underset{b^S, z^S, e^S, b^H, z^H, e^H}{最大化} \quad V(b^S, z^S, e^S, \theta^S)+V(b^H, z^H, e^H, \theta^H)$$
$$=u_1(c_1^S)+g_1(G_1^S)+\delta u_2(c_2^S)+\delta g_2((\theta^S+e^S)G_1^S)+\delta g_3(G_2^S)+u_1(c_1^H)+g_1(G_1^H)$$
$$+\delta u_2(c_2^H)+\delta g_2((\theta^H+e^H)G_1^H)+\delta g_3(G_2^H) \tag{20}$$

制約式

$$V(b^S, z^S, e^S, \theta^S) \geq V(b^H, z^H, e^H, \theta^S) \tag{IC_S}$$
$$V(b^H, z^H, e^H, \theta^H) \geq V(b^S, z^S, e^S, \theta^H) \tag{IC_H}$$
$$z^S+z^H=0 \tag{6}$$

と定義される。(IC_S) および (IC_H) は地域Sおよび Hの誘因整合性制約である。(6) 式は中央政府の予算制約で，ある地域の財政負担で他の地域への財政移転を行うことを意味する。

包絡線定理を用いて最大化問題 (20) の b^i, z^i, e^i ($i=S, H$) に関する1階の条件は，

$$(1+\mu_S)\Big[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)g_3'(G_2^S)\Big]$$
$$-\mu_H\Big[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)g_3'(G_2^S)\Big]=0 \tag{21}$$

$$(1+\mu_S)\Big[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)\Big]$$
$$-\mu_H\Big[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)\Big]-\lambda=0 \tag{22}$$

$$(1+\mu_S)\Big[\delta G_1^S g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)\Big]$$
$$-\mu_H\Big[\delta G_1^S g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)\Big]=0 \tag{23}$$

$$(1+\mu_H)\Big[g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)g_3'(G_2^H)\Big]$$
$$-\mu_S\Big[g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)g_3'(G_2^H)\Big]=0 \tag{24}$$

$$(1+\mu_H)\Big[g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)\Big]$$
$$-\mu_S\Big[g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)\Big]-\lambda=0 \tag{25}$$

$$(1+\mu_H)\Big[\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)\Big]$$
$$-\mu_S\Big[\delta G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)\Big]=0 \tag{26}$$

μ_Sは制約式 (IC_S) についての, μ_Hは (IC_H) についての, λは制約式 (6) 式についてのラグランジュ乗数である。政府の予算制約式 (6) は有効な制約であると仮定すると$\lambda>0$となる。ベンチマークとして，中央政府と地方政府の間の完全情報のケースを考察する。この場合，中央政府は地域のタイプを観察できるから，誘因整合性制約を無視できる。1階の条件 (21) ～ (26) 式において$\mu_S=\mu_H=0$と置く。この最適解を上付き添字“0”を付けて表す。

命題1

仮定1と**仮定2**，および完全情報の下で，ファースト・ベストの解は以下を満足する。

(i) 各期に供給された公共財消費の間の限界代替率は限界変形率に等しい。すなわち

$$g_1'(G_1^0)+\delta(\theta^i+e^{i0})g_2'((\theta^i+e^{i0})G_1^{i0})/\delta g_3'(G_2^{i0})=1+r$$

(ii) $c_1^{S0}=c_1^{H0}$ $c_2^{S0}=c_2^{H0}$ $e^{S0}>e^{H0}$ $G_1^{S0}>G_1^{H0}$ $G_2^{S0}=G_2^{H0}$ $b^{S0}<b^{H0}$ $z^{S0}>0>z^{H0}$

証明

(21)～(26)で$\mu_S=\mu_H=0$とおくと，任意の$i\in\{S,H\}$について以下の各式が成立する。

$$g_1'(G_1^i)+\delta(\theta^i+e^i)g_2'((\theta^i+e^i)G_1^i)-\delta(1+r)g_3'(G_2^i))=0 \quad (27)$$

$$g_1'(G_1^i)+\delta(\theta^i+e^i)g_2'((\theta^i+e^i)G_1^i)-\lambda=0 \quad (28)$$

$$\delta G_1^i g_2'((\theta^i+e^i)G_1^i)-\delta(1+r)\omega'(e^i)g_3'(G_2^i)=0 \quad (29)$$

命題1の(i)は(27)式から即座に導かれる。また(27)式と(28)式から任意の$i\in\{S,H\}$に対して

$$g_3'(G_2^i)=\lambda/\delta(1+r)$$

が成立する。これより$G_2^{S0}=G_2^{H0}$が成立する。この結果と(11)式から$c_2^{S0}=c_2^{H0}$が成立する。(10)式と(28)式から

$$u_1'(c_1^S)=u_1'(c_1^H)$$

これにより，$c_1^{S0}=c_1^{H0}$の結果を得る。

(29)式をe^iとθ^iで全微分して式を整理すると，

$$de^i/d\theta^i=-(G_1^i)^2g_3''/[(G_1^i)^2g_2''-(1+r)\omega^{i''}g_3'+(1+r)^2(\omega^{i'})^2g_3'']<0$$

これにより$e^{S0}>e^{H0}$の結果を得る。(29)式において$G^{S0}=G^{H0}$，$e^{S0}>e^{H0}$により，

$$\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)>\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H) \quad \text{これにより，}$$

$$\delta G_1^S g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)>\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)$$

$$\partial[G_1^i g_2'((\theta^i+e^i)G_1^i)]/\partial G_1^i=g_2^{i'}+(\theta^i+e^i)G_1^i g_2''=g_2^i(1-\xi_{g2'}{}^{i'})>0 \quad (30)$$

上の両式により，$G_1^{S0}>G_1^{H0}$の結果を得る。(8)式により，

$$b^S-b^H=\omega(e^H)-\omega(e^S)+(G_2^H-G_2^S+c_2^H-c_2^S)/(1+r)$$

$c_2^{S0}=c_2^{H0}$ $G_2^{S0}=G_2^{H0}$ $e^{S0}>e^{H0}$により，

$$b^S-b^H=\omega(e^H)-\omega(e^S)<0$$

これにより，$b^{S0}<b^{H0}$の結果を得る。(7)式により，

$$z^S-z^H=G_1^S-G_1^H+c_1^S-c_1^H+b^H-b^S$$

$G_1^{S0}>G_1^{H0}$ $c_1^{S0}=c_1^{H0}$ $b^{S0}<b^{H0}$により，$z^{S0}>0>z^{H0}$の結果を得る。 □

ファースト・ベストの最適解において，異時点間の公共財消費の間の限界代替率が限界変形率に等しくなるという意味で，異時点間の配分は歪みを持たない。中央政府によって提示される最適契約は，H地域の借入をS地域の借入より大きくする一方，S地域の第1期の公共財投資と公共財耐用度の引

上げ努力を，H地域よりも大きくする。中央政府はH地域から徴収した資金をS地域に移転する。本稿と同一のモデルで，地域の公共財の耐用度を高めるための努力指標を考慮しないモデルでは，完全情報のケースでは第1期の公共財供給量はH地域の方がS地域よりも高くなり（$G_1^{S0}<G_1^{H0}$），公債発行額は両地域で同じ大きさとなる（$b^{S0}=b^{H0}$）。これに対し地域の努力指標を考慮した本稿のケースでは，第1期の公共財供給量はS地域の方がH地域よりも高くなり（$G_1^{S0}>G_1^{H0}$），公債発行額はH地域の方がS地域よりも高くなる（$b^{S0}<b^{H0}$）[4]。S地域は公共財の耐用度を高めるためにH地域よりも高い努力を払う（$e^{S0}>e^{H0}$）。この結果S地域の公共財の世代を通じた便益は耐用度向上のための努力を考慮しない場合より高くなるため，公共財供給量はH地域よりも大きくなる。しかしS地域では固有の耐用度がH地域よりも低いため，借入資金の機会費用が高く，H地域より少ない公的借入を選択する。

非対称情報の下で公共財の耐用度は私的情報となり，地方政府は財政移転を得るために，他の地域の耐用度を自らのものと偽った表明が可能となる。この次善最適配分を上付き添字“＊”を付けて表す。

命題2

仮定1と**仮定2**および非対称情報の下における次善最適解は，以下を満足する。

（i）　$\mu_S>0$　の仮定の下で，以下が成立する。

(i－a)　地域Sにおいて，第1期に供給された公共財消費と第2期に供給された公共財消費の間の限界代替率は限界変形率に等しい。すなわち

$$g_1'(G_1^{S*})+\delta(\theta^S+e^{S*})g_2'((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*})/\delta g_3'(G_2^{S*})=1+r$$

(i－b)　地域Hにおいて，第1期に供給された公共財消費と第2期に供給された公共財消費の間の限界代替率は限界変形率よりも小さい。すなわち

$$g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^H+e^{H*})g_2'((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})/\delta g_3'(G_2^{H*})<1+r$$

(i－c)　$c_1^S>c_1^{H*}$　$c_2^{S*}>c_2^{H*}$　$G_1^{S*}<G_1^{H*}$　$G_2^{S*}>G_2^{H*}$　$b^{S*}<b^{H*}$　$z^{S*}<0<z^{H*}$ さらに効用関数$g_2(\cdot)$の限界効用の弾力性$\xi_{g2'}$がそれほど小さくない限りにおいて$e^{S*}>e^{H*}$

（ii）　$\mu_H>0$　の仮定の下で，以下が成立する。

(ii－a)　地域Hにおいて，第1期に供給された公共財消費と第2期に供給された公共財消費の間の限界代替率は限界変形率に等しい。すなわち

$$g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^H+e^{H*})g_2'((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})/\delta g_3'(G_2^{H*})=1+r$$

(ii－b)　地域Sにおいて，第1期に供給された公共財消費と第2期に供給された公共財消費の間の限界代替率は限界変形率よりも大きい。すなわち

$$g_1'(G_1^{S*})+\delta(\theta^S+e^{S*})g_2'((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*})/\delta g_3'(G_2^{S*})>1+r$$

(ii－c)　$c_1^{S*}<c_1^{H*}$　$c_2^{S*}<c_2^{H*}$　$G_2^{S*}<G_2^{H*}$　$b^{S*}<b^{H*}$　$z^{S*}>0>z^{H*}$　$e^{S*}>e^{H*}$　またある$x\hat{}\in((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*},\ (\theta^H+e^{H}*)G_1^{H*}))$および$x\hat{}\hat{}\in((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*},\ (\theta^H+e^{S}*G_1^{S*}))$に対して$G_1^{S*}\leq[g_2'(x\hat{})/g_2'(x\hat{}\hat{})]G_1^{H*}$が成立する。しかしもし$G_1^{S*}>[g_2'(x\hat{})/g_2'(x\hat{}\hat{})]G_1^{H*}$ならば，(i)のケースに移行する[5]。

証明

以下において，5つの段階に分けて証明を行う。

[(i－a) および (i－b) の証明]

$\mu_S>0$　および$\mu_H=0$，すなわち制約IC_Sは有効な制約であるが，制約IC_Hは有効ではないと仮定する。この仮定の下で，地域Sは地域Hであると偽った表明をする誘因を持つ。$\mu_H=0$を(21)～(26)式に代入すると次の各式が成立する。

$$g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)g_3'(G_2^S)=0 \tag{31}$$

$$g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-[\lambda/(1+\mu_S)]=0 \tag{32}$$

$$\delta G_1^S g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)=0 \tag{33}$$

$$\begin{aligned}&g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)g_3'(G_2^H)\\&\quad=\mu_S\left\{g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^S+e^H)\cdot g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)g_3'(G_2^H)\right\}\end{aligned} \tag{34}$$

$$g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)=\mu_S\left\{g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)\right\}+\lambda \tag{35}$$

$$\begin{aligned}&\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)\\&\quad=\mu_S\left\{\delta G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)\right\}\end{aligned} \tag{36}$$

命題2の(i－a)は（31）式から即座に導出される。（34）式により，

$$\begin{aligned}&g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\mu_S\left\{g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H))\right\}\\&\quad=(1-\mu_S)\delta(1+r)g_3'(G_2^H)\end{aligned}$$

この式と（35）式により，

$$\lambda=(1-\mu_S)\delta(1+r)g_3'(G_2^H)$$

この式により，

$$\mu_S=1-\lambda/\delta(1+r)g_3'(G_2^H)$$

上の式と$\lambda>0$，$g_3'(G_2^H)>0$により，$\mu_S<1$を得る。（34）式により，

$$\begin{aligned}&(1-\mu_S)\left[g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)g_3'(G_2^H)\right]\\&\quad=\mu_S\left[\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)\right]\end{aligned}$$

$$\delta\left[(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)\right]/\partial\theta=g_2'(\theta+e)G_1)(1-\xi_{g2'})>0 \tag{37}$$

これにより，

$$\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)<\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)$$

$$(1-\mu_S)\left[g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)g_3'(G_2^H)\right]<0$$

$\mu_S<1$　により，

$$g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^H+e^{H*})g_2'((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})<\delta(1+r)g_3'(G_2^{H*})$$

故に,

$$[g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^H+e^{H*})g_2'((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})]/\delta g_3'(G_2^{H*})<1+r$$

以上により,(i－b)が証明された。 □

[(i－c)の証明]

IC_Sは有効な制約であると仮定しているから,(b^{S*}, z^{S*})と(b^{H*}, z^{H*})は地域Sの(b, z)-空間の同一の無差別曲線上に位置する。(i－a)で導いた等式を(17)式に代入することにより,(b^{S*}, z^{S*})は地域Sの無差別曲線の最低点に位置することが確認される。(i－b)で導かれた式を(17)式に代入することにより,(b^{H*}, z^{H*})はこの無差別曲線の右上がりの領域に位置する。したがって(18)式で確認された無差別曲線の厳密な凸性の下で$b^{H*}>b^{S*}$　$z^{S*}<0<z^{H*}$の結果が得られる。(19)式により,(b, z)-空間の点(b^{H*}, z^{H*})における地域Hの無差別曲線の傾きは,地域Sの無差別曲線の傾きよりも大きい。

(31)式と(32)式により

$$\delta(1+r)g_3'(G_2^S)=\lambda/(1+\mu_S) \tag{38}$$

(34)式と(35)式により,

$$\delta(1+r)g_3'(G_2^H)=\lambda/(1-\mu_S) \tag{39}$$

(38)式と(39)式から,

$$g_3'(G_2^{S*})=\lambda/\delta(1+r)(1+\mu_S)<\lambda/\delta(1+r)(1-\mu_S)=g_3'(G_2^{H*})$$

これにより$G_2^{S*}>G_2^{H*}$の結果を得る。消費者の効用最大化のための1階の条件(11)式により,

$$u_2'(c_2^{S*})<u_2'(c_2^{H*})$$

これにより,$c_2^{S*}>c_2^{H*}$の結果を得る。(35)式により,

$$\begin{aligned}&g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)\\&\quad=\left\{\lambda+\mu_S\left[\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)\right]\right\}/(1-\mu_S)\end{aligned} \tag{35'}$$

(32)式により

$$g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)=\lambda/(1+\mu_S) \tag{32'}$$

(35')式から(32')式を差し引いてこれを整理すると,

$$\begin{aligned}&g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\left[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)\right]\\&\quad=2\mu_S\lambda/(1-\mu_S)(1+\mu_S)+[\mu_S/(1-\mu_S)]\\&\qquad+[\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)]\end{aligned} \tag{40}$$

(35)式により

$$\begin{aligned}\lambda=&(1-\mu_S)[g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)]\\&+\mu_S[\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)]\end{aligned} \tag{35''}$$

(35'')式のλを(40)式に代入して整理すると,

$$g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)]$$
$$=[(\mu_S/(1+\mu_S)][2g_1'(G_1^H)+(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)+\delta(\theta^S+e^H)g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)]>0$$

これにより

$$g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)>g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S) \tag{41}$$

(10) 式と (41) 式により，　$u_1'(c_1^{H*})>u_1'(c_1^{S*})$

これにより $c_1^{H*}<c_1^{S*}$ の結果を得る。

第1期の地域の予算制約式 (7) により，

$$G_1^{H*}-G_1^{S*}=b^{H*}-b^{S*}+z^{H*}-z^{S*}+c_1^{S*}-c_1^{H*}$$

$c_1^{S*}>c_1^{H*}$　$b^{S*}<b^{H*}$　$z^{S*}<0<z^{H*}$ であるから，$G_1^{H*}>G_1^{S*}$ の結果を得る。

(36) 式を変形して次式を得る。

$$(1-\mu_S)[\delta G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)]$$
$$=\mu_S[\delta G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)] \tag{42}$$

$$\partial[G_1g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial\theta=G_1^2g_2''((\theta+e)G_1)<0$$

$\theta^S<\theta^H$ により，

$$G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)>0$$

この式と (41) 式および $0<\mu_S<1$ により，

$$\delta G_1^H g_2'(((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)$$
$$=[\mu_S/(1-\mu_S)][\delta G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)]>0$$

さらに (36) 式により，

$$\delta G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)$$
$$=(1/\mu_S)[\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)]>0$$

この結果と (33) 式により，

$$\delta G_1^H g_2'((\theta^S+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)$$
$$>\delta G_1^S g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)=0 \tag{43}$$

$G_2^{S*}>G_2^{H*}$ により，$g_3'(G_2^{S*})<g_3'(G_2^{H*})$

(30) 式により，

$$\partial[G_1g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial G_1=g_2'(1-\xi_{g2'})\geq 0 \tag{44}$$

$$\partial[G_1g_2'((\theta+e)G_1)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)]/\partial e$$
$$=G_1^2g_2''((\theta+e)G_1)-\delta(1+r)\omega''(e^H)g_3'(G_2^H) \tag{45}$$

(43) 式の左辺は，次善最適においてH地域における努力 e^H の限界便益がその限界費用より高いこと

を，また（43）式の右辺はS地域において，e^Sの限界便益がその限界費用に等しくあるべきことを表す。効用関数$g_2(\cdot)$の限界効用の弾力性$\xi_{g2'}$の値がそれほど小さくなければ，(44) 式の微係数は（45）式に比較して十分小さくなり，$e^{S*}>e^{H*}$が成立する。 □

[(ii－a)および(ii－b)の証明]

$\mu_H>0$および$\mu_S=0$, すなわち制約IC_Hは有効な制約であるが，制約IC_Sは有効ではないと仮定する。これらの条件を（21）～（26）式に適用すると，次の各式が成立する。

$$g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)g_3'(G_2^S)$$
$$=\mu_H[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)g_3'(G_2^S)] \quad (46)$$

$$g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)=\mu_H[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)]+\lambda \quad (47)$$

$$\delta G_1^S g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)$$
$$=\mu_H[\delta G_1^S g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)]=0 \quad (48)$$

$$g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)g_3'(G_2^H)=0 \quad (49)$$

$$g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)=\lambda/(1+\mu_H) \quad (50)$$

$$\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)=0 \quad (51)$$

(ii－a) は（49）式から即座に導出される。(46）式と（47）式から，

$\lambda=(1-\mu_H)\delta(1+r)g_3(G_2^S)$　この式により，

$$\mu_H=1-\lambda/[\delta(1+r)g_3'(G_2^S)]$$

$\lambda>0$　$g_3'(G_3^S)>0$であるから，$0<\mu_S<1$が導かれる。(46）式により，

$$(1-\mu_H)[g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)g_3'(G_2^S)]$$
$$=\mu_H[\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)]$$

(37) 式により，

$$\partial[(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial\theta=g_2'(1-\xi_{g2'})>0$$

であるから，

$$\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)>0$$

この式と$\mu_H<1$により，

$$g_1'(G_1^{S*})+\delta(\theta^S+e^{S*})g_2'((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*})-\delta(1+r)g_3'(G_2^{S*})>0 \quad (52)$$

これにより以下の結果を得る。

$$[g_1'(G_1^{S*})+\delta(\theta^S+e^{S*})g_2'((\theta^S+e^{S*})G_1^S)]/g_3'(G_2^{S*})>1+r$$ □

[(ii－c)の証明]

（52）式を（17）式に代入することにより，(b^{S*}, z^{S*})において，$(dz/db)\big|_{dV=0}<0$が確認される。IC_Hが有効な制約であると仮定しているから，(b^{H*}, z^{H*})と(b^{S*}, z^{S*})は(b, z)-空間における地域Hの同一の無差別曲線上に位置する。（49）式を（17）式に代入することにより(b^{H*}, z^{H*})はこの無差別曲線の最低点に位置していることがわかる。（52）式を（17）式に代入することにより，(b^{S*}, z^{S*})はこの無差別曲線の右下がりの領域に位置する。無差別曲線の凸性の仮定により，$b^{S*}<b^{H*}$および$z^{S*}>0>z^{H*}$の結果を得る。（49）式と（50）式により，$\delta(1+r)g_3'(G_2^H)=\lambda/(1+\mu_H)$ （46）式と（47）式により，$\lambda=(1-\mu_H)\delta(1+r)g_3'(G_2^S)$　このλを上の式に代入して，

$$\delta(1+r)g_3'(G_2^H)=[(1-\mu_H)/(1+\mu_H)][\delta(1+r)g_3'(G_2^S)]$$

$0<\mu_H<1$により，$g_3'(G_2^{H*})<g_3'(G_2^{S*})$の結果を得る。これにより，$G_2^{H*}>G_2^{S*}$を得る。この結果と（11）式により，

$u_2'(c_2^{H*})<u_2'(c_2^{S*})$ これにより，$c_2^{H*}>c_2^{S*}$を得る。（47）式により，

$$g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)$$
$$=\left\{\lambda+\mu_H[\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)]\right\}/(1-\mu_H)$$

$$\partial[(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial\theta=g_2'(1-\xi_{g2'})\geq 0$$

により，

$$\delta(\theta^H+e^S)g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)\geq 0$$

$0<\mu_H<1$により，

$$g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)\geq[\lambda/(1-\mu_H)]$$

上の式と（50）式により，

$$g_1'(G_1^H)+\delta(\theta^H+e^H)g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)$$
$$=\lambda/(1+\mu_H)<\lambda/(1-\mu_H)\leq g_1'(G_1^S)+\delta(\theta^S+e^S)g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S) \qquad (53)$$

（53）式と（10）式により，

$u_1'(c_1^{H*})<u_1(c_1^{S*})$　これにより$c_1^{H*}>c_1^{S*}$を得る。

（37）式と（53）式から，

$$g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^H+e^{H*})g_2'((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})<g_1'(G_1^{S*})+\delta(\theta^H+e^{S*})g_2'((\theta^H+e^{S*})G_1^{S*}) \qquad (54)$$

（54）式からはG_1^{S*}とG_1^{H*}，e^{S*}とe^{H*}の大小関係は確定しないが，

$$\partial[g_1'(G_1)+\delta(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial G_1=g_1''(G_1)+\delta(\theta+e)^2g_2''((\theta+e)G_1)<0$$
$$\partial[g_1'(G_1)+\delta(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial e=\delta g_2'((\theta+e)G_1)(1-\xi_{g2'})>0$$

により，$G_1^{H*}>G_1^{S*}$　$e^{S*}>e^{H*}$は（54）式と矛盾しない。一方（48）式により，

$$(1-\mu_H)[\delta G_1^S g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)]$$

$$=\delta G_1^S g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta G_1^S g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)$$

$$\partial[G_1 g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial\theta=G_1^2 g_2''((\theta+e)G_1)<0$$

したがって

$$\delta G_1^S g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta G_1^S g_2'((\theta^S+e^S)G_1^S)<0$$

$$\delta G_1^S g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)<0$$

この式と（51）式により，

$$\delta G_1^H g_2'((\theta^H+e^H)G_1^H)-\delta(1+r)\omega'(e^H)g_3'(G_2^H)=0$$
$$>\delta G_1^S g_2'((\theta^H+e^S)G_1^S)-\delta(1+r)\omega'(e^S)g_3'(G_2^S)<0 \quad (55)$$

$G_2^{H*}>G_2^{S*}$ により，$g_3'(G_2^{H*})<g_3'(G_2^{S*})$

$$\partial[G_1 g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial G_1=g_2'((\theta+e)G_1)(1-\xi_{g2'})>0$$

$$\partial[G_1 g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial e=G_1^2 g_2''((\theta+e)G_1)<0$$

$$\partial\omega'(e)/\partial e=\omega''(e)>0$$

により，(55）式からは G_1^{S*} と G_1^{H*}, e^{S*} と e^{H*} の大小関係は確定しないが，$G_1^{H*}>G_1^{S*}$　$e^{S*}>e^{H*}$ は（55）式と矛盾しない。

　ここで誘因整合性制約の検討に移る。$\mu_H>0$ と仮定しているから IC_H は等式制約となるから

$$V(b^{H*},z^{H*},e^{H*},\theta^H)=u(c_1^{H*})+g_1(G_1^{H*})+\delta u_2(c_2^{H*})+\delta g_2((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})+g_3(G_2^{H*})$$
$$=V(b^{S*},z^{S*},e^{S*},\theta^H)=u(c_1^{S*})+g_1(G_1^{S*})+\delta u_2(c_2^{S*})+\delta g_2((\theta^H+e^{S*})G_1^{S*})+g_3(G_2^{S*})$$

上の式により，

$$g_1(G_1^{H*})+\delta g_2((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})-g_1(G_1^{S*})-\delta g_2((\theta^H+e^{S*})G_1^{S*})$$
$$=u(c_1^{S*})-u(c_1^{H*})+\delta u_2(c_2^{S*})-\delta u_2(c_2^{H*})+g_3(G_2^{S*})-g_3(G_2^{H*}) \quad (56)$$

IC_S は有効な制約式ではない $(\mu_S=0)$ と仮定しているから，以下の不等式が成立する。

$$V(b^{S*},z^{S*},e^{S*},\theta^S)-V(b^{H*},z^{H*},e^{H*},\theta^S)=u(c_1^{S*})-u(c_1^{H*})+g_1(G_1^{S*})-g_1(G_1^{H*})+\delta u_2(c_2^{S*})$$
$$-\delta u_2(c_2^{H*})+\delta g_2((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*})-\delta g_2((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*})+g_3(G_2^{S*})-g_3(G_2^{H*})\geq 0 \quad (57)$$

（57）式に（56）式を代入して，

$$V(b^{S*},z^{S*},e^{S*},\theta^S)-V(b^{H*},z^{H*},e^{H*},\theta^S)$$
$$=\delta g_2((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})-\delta g_2((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*})-[\delta g_2((\theta^H+e^{S*})G_1^{S*})-\delta g_2((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*})]\geq 0$$

中間値の定理を用いて，ある $x\hat{}\in((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*},\ (\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})$,
$x\hat{}\hat{}\in((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*},\ (\theta^H+e^{S*})G_1^{S*})$ に対して，

$$\delta g_2((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})-\delta g_2((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*})-[\delta g_2((\theta^H+e^{S*})G_1^{S*})-\delta g_2((\theta^S+e^{S*})G_1^{S*})]$$
$$=\delta G_1^{H*}g_2'(x\hat{})(\theta^H-\theta^S)-\delta G_1^{S*}g_2'(x\hat{}\hat{})(\theta^H-\theta^S)\geq 0$$

が成立する。$\theta^H>\theta^S$ の仮定により，

$$G_1^{H*}g_2'(x\hat{}) - G_1^{S*}g_2'(x\hat{}\hat{}) \geq 0$$

故に，

$$G_1^{S*} \leq [g_2'(x\hat{})/g_2'(x\hat{}\hat{})]G_1^{H*} \tag{58}$$

しかしもし

$G_1^{S*} > [g_2'(x\hat{})/g_2'(x\hat{}\hat{})]G_1^{H*}$ の場合には，ケース（i）に移行する。 □

命題2では以下のことが示された。不完全情報の次善最適においては，その誘因整合性制約が等号制約となる地域では，異時点間配分は歪みを持たない。他の地域では地域のタイプに応じて，異時点間の公共財消費の間の限界代替率は限界変形率よりも大きくなったり小さくなったりする。中央政府による移転システムを通じて，前者の地域は後者の地域に対する財政移転への貢献を行う。さらに，異時点間配分においてどちらの地域が歪みを持つかに関わらず，H地域はS地域よりも多くの借入を行う。このことは完全情報と非対称情報のいずれのケースでも成立する。H地域では公共財の耐用度が高く，その供給費用を賄うための借入資金の機会費用がS地域よりも低いため，より多くの借入が行われる。不完全情報のケースの第2期の公共財供給は$\mu_S>0$のケースでは，S地域の方がH地域よりも大きくなり，また$\mu_H>0$のケースでは，H地域の方がS地域よりも大きくなる。第1期の公共財供給量は，$\mu_S>0$のケースではH地域の方がS地域よりも大きい。また$\mu_H>0$のケースでは，S地域の供給量はH地域の供給量の一定倍以下となる。このことから誘因整合性制約IC_Sが等号制約で成立するための十分条件は，$G_1^{S*}/G_1^{H*}>g_2'(x\hat{})/g_2'(x\hat{}\hat{})$であることが確かめられた。

Ⅳ．分権的借入政策の下での地域間再分配政策の実施

前節では，中央政府は地域の支出水準と借入の両方を選択することができると仮定した。しかし現実世界の政府間財政制度では，中央政府は通常，地域間の再分配にのみ関与し，地方政府は地域の政策の選択において，かなりの自治が認められている。本節では，支出と借入の決定が地域レベルで分権化されている場合の最適財政移転政策について分析する。すなわち中央政府によって実施される再分配政策と，中央政府が選択する公共財の耐用度向上のための努力水準を所与として，地方政府は地域厚生を最大化するために借入額を選択すると仮定する。地域i＝S，またはHの最大化問題は，任意の所与のzおよびeの下で，

$$\underset{b^i}{\text{最大化}} \quad V(b^i, z, e, \theta^i)$$

となる。完全情報の下での厚生最大化のための1階の条件は，既出の（27）式で表される。（27）式は，地域厚生の最大化のためには，異時点間の限界代替率が限界変形率に等しく置かれるべきことを示している。（27）式と**命題1**から，以下の結果を得る。$z^S = z^{S0}$　$z^H = z^{H0}$　$e^S = e^{S0}$　$e^H = e^{H0}$と置くことによって，完全情報最適が達成される。

非対称情報の下では，中央政府は両地域の誘因両立性を達成する再分配制度を設計しなければならない。**命題2**から，非対称情報最適では，どちらかの地域の異時点間の配分は歪みを持つ。したがっ

て，中央政府が$z^S=z^{S*}$ $z^H=z^{H*}$ $e^S=e^{S*}$ $e^H=e^{H*}$と置くことだけでは，（27）式を満足する分権的な借入の決定によって非対称情報最適を達成することはできない。中央政府が地域の借入額の上限または下限を設定することによって，この問題を解決することが可能となる。

命題3

仮定1および**仮定2**の下で，以下が成立する。

（i）$\mu_S>0$ $\mu_H=0$の下では，$z^S=z^{S*}$　$z^H=z^{H*}$　$e^S=e^{S*}$　$e^H=e^{H*}$とし，H地域の公的借入に下限$\underline{b}\equiv b^{H*}$を設定することにより，非対称情報下での次善最適が達成される。

（ii）$\mu_H>0$ $\mu_S=0$の下では，$z^S=z^{S*}$　$z^H=z^{H*}$　$e^S=e^{S*}$　$e^H=e^{H*}$とし，S地域の公的借入に上限$\bar{b}\equiv b^{H*}$を設定することにより，非対称情報の下での次善最適が達成される。

証明

以下において，3つの段階に分けて証明する。

［ステップ1］

$\mu_S>0$，$\mu_H=0$のケースを仮定し，S地域は中央政府からz^{S*}の移転と公共財の耐用度を高めるための努力水準e^{H*}を指定されるとすると，その最大化問題は以下で表される。

$$\max_{b^S}\ V(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)\qquad \text{制約条件}\quad b^S\geq \underline{b}=b^{H*}$$

S地域の厚生関数に包絡線定理を適用してbについての1階および2階の微分を求めると，

$$\begin{aligned}V_b(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)=&g_1'(y_1+b^S+z^{H*}-\phi(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S))\\&+\delta(\theta^S+e^{H*})g_2'((\theta^S+e^{H*})(y_1+b^S+z^{H*}-\phi(b^S. z^{H*}, e^{H*}, \theta^S))\\&-\delta(1+r)g_3'(y_2-(1+r)(b^S+\omega(e^{H*}))-\phi(b^S, e^{H*}, \theta^S))\end{aligned}\tag{59}$$

$$\begin{aligned}V_{bb}(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)=&g_1''(1-\phi_b(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S))+\delta(\theta^S+e^{H*})^2g_2''(1-\phi_b(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S))\\&+\delta(1+r)g_3''((1+r)+\phi(b^S, e^{H*}, \theta^S))\end{aligned}\tag{60}$$

（60）式のϕ_bに（12）式を，ϕ_bに（14）式を代入して整理すると

$$\begin{aligned}&V_{bb}(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)\\&=g_1''u_1''/[u_1''+g_1''+\delta(\theta^S+e^{H*})^2g_2'']+\delta(\theta^S+e^{H*})^2g_2''u_1''/[u_1''+g_1''+\delta(\theta^S+e^{H*})^2g_2'']\\&\quad+\delta(1+r)^2g_3''u_2''/(u_1''+g_1'')<0\end{aligned}\tag{61}$$

この結果，任意の実行可能なb^Sに対し$V_{bb}(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)<0$を得た。**命題2(i－a)**から

$$g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^S+e^{H*})g_2'((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*})-\delta(1+r)g_3(G_2^{H*})<0$$

であることが分かっている。$b^S=b^{H*}$と設定して（59）式を評価すると，

$$V_b(b^S, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)=g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^S+e^{H*})g_2'((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*})-\delta(1+r)g_3'(G_2^{H*})$$

$\theta^S<\theta^H$　$\partial[(\theta+e)g_2'((\theta+e)G_1)]/\partial\theta>0$により，

$$\begin{aligned}V_b(b^{H*}, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)=&g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^S+e^{H*})g_2'((\theta^S+e^{H*})G_1^{H*})-\delta(1+r)g_3(G_2^{H*})\\&<g_1'(G_1^{H*})+\delta(\theta^H+e^{H*})g_2'((\theta^H+e^{H*})G_1^{H*})-\delta(1+r)g_3'(G_2^{H*})<0\end{aligned}$$

これにより（59)式と$V_{bb}(\cdot)<0$を組みあわせることによって，任意の$b^S \geq b_ = b^{H*}$について，

$$0 > V_b(b^{H*}, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S) \geq V_b(b^{S*}, z^{H*}, e^{H*}, \theta^S)$$

が成立する。これによりV_bの厳密な単調性によって，地域Sは$b^S = b^{H*}$を選択して(b^{H*}, z^{H*}, e^{H*})を実現すべきである。地域Sにとって(b^{H*}, z^{H*}, e^{H*})と(b^{S*}, z^{S*}, e^{S*})は無差別であるから，地域Sは地域Hであると偽りの表明をする誘因を持たない。

［ステップ2］

次に地域Hの最適行動について分析する。中央政府からの移転z^{H*}および中央政府によって指定される耐用度向上のための努力e^{H*}を所与として，地域Sは以下の最大化問題を解く。

$$\underset{b^H}{\text{最大化}} \quad V(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H) \qquad \text{制約式} \quad b^H \geq b\_ = b^{H*}$$

bについての地域の厚生関数の導関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned} V_b(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H) = {} & g_1`(y_1 + b^H + z^{H*} - \phi(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H)) \\ & + \delta(\theta^H + e^{H*})g_2''((\theta^H + e^{H*})(y_1 + b^H + z^{H*} - \phi(b^H, z^{H*}, e^{H*}. \theta^H)) \\ & - \delta(1+r)g_3`(y_2 - (1+r)(b^H + \omega(e^{H*})) - \phi(b^H, e^{H*}, \theta^H)) \end{aligned} \tag{62}$$

$$\begin{aligned} V_{bb}(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H) = {} & g_1''(1 - \phi_b(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H)) + \delta(\theta^H + e^{H*})^2 g_2``(1 - \phi_b(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H)) \\ & + \delta(1+r)g_3``((1+r) + \phi(b^H, e^{H*}, \theta^H)) \end{aligned} \tag{63}$$

$b^H = b^{H*}$と設定して（62）式を評価すると，

$$V_b(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H) = g_1`(G_1^{H*}) + \delta(\theta^H + e^{H*})g_2`((\theta^H + e^{H*})(G_1^{H*}) - \delta(1+r)g_3`(G_2^{H*}) < 0 \tag{64}$$

上の式の最後の不等号は，**命題2**（i）の証明で得た式による。（61）式から，2次導関数（63）式は以下で表される。

$$\begin{aligned} V_{bb}(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H) = {} & [g_1''u_1'' + \delta(\theta^H + e^{H*})g_2``u_1'']/[u_1`` + g_1'' + \delta(\theta^H + e^{H*})^2 g_2``] \\ & + \delta(1+r)g_3``u_2''/(u_1'' + g_1``) < 0 \end{aligned} \tag{65}$$

（64）式と（65）式から，すべての$b^H \geq b^{H*}$について，$V_b(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H) < 0$を得た。これにより地域Hは$b^H = b^{H*}$を設定し，$(b^{H*}, z^{H*}, e^{H*})$を実現すべきである。さらに包絡線定理を適用して

$$V_Z(b, z, e, \theta) = g_1`(y_1 + b + z - \phi(b, z, e, \theta)) + \delta(\theta + e)g_2'(y_1 + b + z - \phi(b, z, e, \theta)) > 0$$

命題2（i）により，$z^{H*} > 0 > z^{S*}$であるから，あらゆる可能なb^Hに対して$V(b^H, z^{H*}, e^{H*}, \theta^H) > V(b^H, z^{S*}, e^{H*}, \theta^H)$が成立する。したがって地域Hは地域Sであると偽りの表明をする誘因を持たない。この結果，中央政府による公共財の耐用度の引上げ努力の指定と，借入の下限$b_ = b^{H*}$の指定を伴った中央政府による再分配スキームは，両地域にとって誘因整合的である。

□

［ステップ3］

$\mu_S = 0 \quad \mu_H > 0$のケース（ii）を仮定する。最初に地域Hの行動について考察する。地域Hは中央政府から財政移転z^{S*}を受け取り，公共財の耐用度の向上努力e^{S*}を指定されると仮定すると，その最

適化問題は以下のようになる。

$$\max_{b^H} \; V(b^H, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H) \qquad \text{制約式} \quad b^H \le b^- = b^{S*}$$

地域の厚生関数に包絡線定理を適用することによって，次の2つの式を得る。

$$\begin{aligned} V_b(b^H, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H) = {} & g_1'(y_1 + b^H + z^{S*} - \phi(b^H, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H)) \\ & + \delta(\theta^H + e^{S*}) g_2'((\theta^H + e^{S*})(y_1 + b^H + z^{S*} - \phi(b^H, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H)) \\ & - \delta(1+r) g_3'(y_2 - (1+r)(b^H + \omega(e^{S*})) - \phi(b^H, e^{S*}, \theta^H)) \end{aligned} \qquad (66)$$

$$\begin{aligned} V_{bb}(b^H, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H) = {} & g_1''(1 - \phi_b(b^H, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H)) + \delta(\theta^H + e^{S*})^2 g_2''(1 - \phi_b(b^H, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H)) \\ & + \delta(1+r) g_3''((1+r) + \phi(b^H, e^{S*}, \theta^H)) \end{aligned} \qquad (67)$$

$b = b^{S*}$ と設定することによって，（66）式は次式で表される。

$$V_b(b^{S*}, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H) = g_1'(G_1^{S*}) + \delta(\theta^H + e^{S*}) g_2'((\theta^H + e^{S*})(G_1^{s*})) - \delta(1+r) g_3'(G_2^{S*}) \qquad (68)$$

命題2（ii）の証明の（52)式により，

$$\begin{aligned} V_b(b^{S*}, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H) = {} & g_1'(G_1^{S*}) + \delta(\theta^H + e^{S*}) g_2'((\theta^H + e^{S*}) G_1^{*})) - \delta(1+r) g_3'(G_2^{S*}) \\ & > g_1'(G_1^{S*}) + \delta(\theta^S + e^{S*}) g_2'((\theta^S + e^{S*}) G_1^{*})) - \delta(1+r) g_3'(G_2^{S*}) > 0 \end{aligned} \qquad (69)$$

（61）式から $V_{bb}(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H)$ は,

$$\begin{aligned} V_{bb}(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^H) = {} & [g_1'' u_1'' + \delta(\theta^H + e^{S*})^2 g_2'' u_1'']/[u_1'' + g_1'' + \delta(\theta^H + e^{S*})^2 g_2''] \\ & + \delta(1+r)^2 g_3'' u_2''/(u_1'' + g_1'') < 0 \end{aligned} \qquad (70)$$

（69）式と（70）式から，地域Hは $b^H = b^{S*}$ を選択して (b^{S*}, z^{S*}, e^{S*}) を実現すべきである。命題2（ii）の証明で示したように，(b^{H*}, z^{H*}, e^{H*}) と (b^{S*}, z^{S*}, e^{S*}) は地域Hにとって無差別であるから，地域Hは地域Sであるとの偽りの表明をする誘因を持たない。

次に地域Sについて分析する。中央政府からの移転 $z^{S*} > 0$ と中央政府から指定された公共財の耐用度を高めるための努力 e^{S*} を与えられたものとして，地域Sは以下の最大化問題を解く。

$$\max_{b^S} \; V(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S) \qquad \text{制約式} \quad b^S \le b^- = b^{S*}$$

地域の厚生関数のbについての1次と2次の導関数は以下の2式となる。

$$\begin{aligned} V_b(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S) = {} & g_1'(y_1 + b^S + z^{S*} - \phi(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S)) \\ & + \delta(\theta^S + e^{S*}) g_2'((\theta^S + e^{S*})(y_1 + b^S + z^{S*} - \phi(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S)) \\ & - \delta(1+r) g_3'(y_2 - (1+r)(b^S + \omega(e^{S*})) - \phi(b^S, e^{S*}, \theta^S)) \end{aligned} \qquad (71)$$

$$\begin{aligned} V_{bb}(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S) = {} & g_1''(1 - \phi_b(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S)) + \delta(\theta^S + e^{S*})^2 g_2''(1 - \phi_b(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S)) \\ & + \delta(1+r) g_3''((1+r) + \phi(b^S, e^{S*}, \theta^S)) \end{aligned} \qquad (72)$$

（71）式で $b^S = b^{S*}$ と置くことによって,

$$V_b(b^{S*}, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S) = g_1'(G_1^{S*}) + \delta(\theta^S + e^{S*}) g_2'((\theta^S + e^{S*}) G_1^{S*}) - \delta(1+r) g_3'(G_2^{S*}) > 0 \qquad (73)$$

上の式の最後の不等号は**命題2**（ii）の証明の（52）式による。2次導関数（72）は（61）式を用い

て以下で表される。

$$V_{bb}(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S)=[g_1"u_1"+\delta(\theta^S+e^{S*})^2g_2"u_1"]/[u_1"+g_1"+\delta(\theta^S+e^{S*})^2g_2"] \\ +\delta(1+r)^2g_3"u_2"/(u_1"+g_1")<0 \qquad (74)$$

（73）式と（74）式から，任意の$b^S \leq b^{S*}$について$V_b((b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S)>0$が成立する。したがって地域Sは$b^S=b^{S*}$を選択して$(b^{S*}, z^{S*}, e^{S*})$を実現すべきことを意味している。さらに包絡線定理を適用することにより，

$$V_z(b, z, e, \theta)=g_1'(y_1+b+z-\phi(b, z, , \theta))+\delta(\theta+e)g_2'((\theta+e)(y_1+b+z-\phi(b, z, e, \theta))>0$$

上の式の最後の不等号は，(49）式および（52）式による。**命題2**（ii）により$z^{S*}>0>z^{H*}$であるから，すべての可能なb^Sに対して$V(b^S, z^{S*}, e^{S*}, \theta^S)>V(b^S, z^{H*}, e^{S*}, \theta^S)$が成立する。したがって地域Sは地域Hであるとの偽りの表明をする誘因を持たない。その結果，中央政府によって各地域に指定された公共財の耐用度向上のための努力水準と公的借入の上限設定$\bar{b}=b^{S*}$を伴った地域間再分配スキームは，各地域にとっての誘因整合性を満足する。 □

$\mu_S>0$の制約の下での公的借入の下限$\underline{b}\equiv b^{H*}$はH地域にだけ適用され，また$\mu_H>0$の制約の下での借入の上限$\bar{b}\equiv b^{S*}$はS地域にだけ適用される。借入の下限設定はH地域の第1期の公共財供給に有利な形で歪みをもたらす。この公的借入の下限設定は，より高い借入の機会費用に直面するL地域にとって，H地域の配分はより魅力のないものとなり，L地域はH地域であると偽りの表明をすることなく，中央政府に対して自発的に税を支払うことを選択する。L地域の支出の決定に歪みをもたらす借入の上限設定も同様に解釈することができる。こうした地域の財政制約の設定によって，非対称情報の存在の下での中央政府の地域間財政移転政策は誘因整合的となる。この公的借入の下限が設定される地域は地域間財政移転を受領するH地域であり，また借入の上限が設定される地域も地域間財政移転を受領するS地域となる。上記の結果は，Dai et al. (2019)が得た結果と同じだが，公共財の耐用度向上のための努力を導入した本稿のモデルでも成立するという結果を得た。

V．結び

本稿では，各地域が公債を発行して世代をまたいで便益を提供する公共財への投資を行うが，公共財の耐用度に関する情報が私的情報であるような文脈において，中央政府による最適な地域間再分配政策を分析したDai et al. (2019)によるモデルを，地方政府がコストをかけて公共財の耐用度を高めることができる場合について拡張を行った。本稿では，完全情報のケースでは，地域の公共財の耐用度を高めるための努力指標を考慮しない場合には，第1期の公共財供給量はH地域の方がS地域よりも高く$(G_1^{S0}<G_1^{H0})$，また公債発行額は両地域で同じ大きさとなる$(b^{S0}=b^{H0})$のに対して，地方政府の耐用度向上努力を考慮した結果，第1期の公共財供給量はS地域の方がH地域よりも高く$(G_1^{S0}>G_1^{H0})$，また公債発行額はH地域の方がS地域よりも高くなる$(b^{S0}<b^{H0})$という対照的な結果を得た。さらにS地域は公共財の耐用度を高めるために，H地域よりも高い努力を払う$(e^{S0}>e^{H0})$という結果を得た。

非対称情報の下では，Dai et al. (2019)の結論と同様に，$\mu_S>0$と$\mu_H>0$のどちらの場合においても，

公的借入額はH地域の方がS地域よりも大きく，また第2期の公共財供給量は$\mu_S>0$の場合にはS地域の方がH地域よりも大きく，$\mu_H>0$の場合にはH地域の方がS地域よりも大きくなるという結果を得た。また第1期の公共財供給量は$\mu_S>0$の場合には，H地域の方がS地域よりも大きくなり，$\mu_H>0$の場合にはH地域の公共財供給量はS地域の供給量の$[g_2'(\hat{x})]/g_2'(\hat{\hat{x}})]$倍よりも大きくなるというDai et al. (2019)の結論と同様の結果を得た。

さらに$\mu_S>0$の場合にはH地域の借入額に下限を設けることによって，また$\mu_H>0$の場合にはS地域の借入額に上限を設けることによって，公的借入額の設定を地方政府に分権的に選択させながら，中央政府は非対称情報の下で誘因整合的な財政移転を実行することができるというDai et al. (2019)の結論が，地方政府による公共財の耐用度向上の努力指標を導入した本稿のモデルにおいても成立することを確認した。

残された課題として以下を挙げることができる。第1に，本稿では公共財の耐用度向上のための努力の費用関数として$\omega(e^i)=1/(1-\nu-e^i)$を仮定し，その費用および限界費用は地域の固有の耐用度θ^iから独立に定まるものとしているが，これらは固有の耐用度が高ければ高いほど，耐用度向上のための努力e^iが同じであっても増大するものと考えられる。費用関数$\omega(e^i)$についてのこうしたより現実的な想定の下で分析を進める必要がある。第2に本稿で考察した借入額を地方政府の裁量に委ねる分権的な財政移転システムでは，地方政府への財政移転額と地方公共財の耐用度向上のための努力指標の両者を中央政府が決定すると想定したが，借入額と耐用度向上のための努力の両者を地方政府の選択に委ねた分権的システムの有効性を分析することが，今後の課題として残されている。第3に本稿では地域間で住民の移動はないものとして分析を行ったが，地域間の住民の移動を考慮した分析を行うことによって，興味深い結果を得ることができるだろう。こうした方向での分析の拡張が今後の課題として残されている。

参考文献

Besfamille, M., (2003), "Local Public Works and Intergovernmental Transfers under Asymmetric Information," *Journal of Public Economics*, Vol. 88, pp. 353–375

Besfamille, M., (2004), "Collusion in Local Public Works," *International Economic Review*, Vol. 45, pp. 1193–1219

Breuille, M.-L. and Gary-Bobo, R.J., (2007), "Sharing Budgetary Austerity under Free Mobility and Asymmetric Information: An Optimal Regulation Approach to Fiscal Federalism," Journal of Public Economics, Vol. 91, pp. 1177–1196

Bucovetsky, S., (1998), "Federalism, Equalization and Risk Aversion," *Journal of Public Economics*, Vol. 67, pp. 301–328

Cornes, R. and Silva, E. C. D., (2000), "Local Public Goods, Risk Sharing, and Private Information in Federal Systems," *Journal of Urban Economics*, Vol. 47, pp. 39–60

Cornes, R. and Silva, E. C. D., (2002), "Local Public Goods, Inter-regional Transfers and Private Information," *European Economic Review*, Vol. 46, pp. 329–356

Dai, D., Liu, L. and Tian, G. (2019), "Interregional Redistribution and Budget Institutions with Private Information on Intergenerational Externality," *Review of Economic Design*, Vol. 23, pp. 127–154

Huber, B. and Runkel, M. (2005), *Interregional Redistribution and Budget Institutions under Asymmetric Information*, CESifo Working Paper, No. 1491.

Huber, B. and Runkel, M., (2008), "Interregional Redistribution and Budget Institutions under Asymmetric Information," *Journal of Public Economics*, Vol. 92, pp. 2350–2361

Lockwood, B., (1999), "Inter-regional Insurance," *Journal of Public Economics*, Vol. 72, pp. 1–37

Oates, W.E.,(1972), *Fiscal Federalism*, Harcourt Brace Jovanvich.

Persson, T. and Tabellini, G., (1996), "Fiscal Federal Constitutions. Part 1: Risk Sharing and Moral Hazzard," *Econometrica*, Vol. 64, pp. 623–646

Raff, H. and Wilson, J. D., (1997), "Income Redistribution with Well-informed Local Governments," *International Tax and Public Finance*, Vol. 4, pp. 407–427

注

1） 例えば，Persson and Tabellini (1996), Cremer and Pestieau (1997), Raff and Wilson (1997), Bucovetsky (1998), Lockwood (1999), Cornes and Silva (2000), (2002), Besfamille, M. (2003), (2004), Breuille and Gary-Bobo (2007) などを参照。

2） ただしCornes and Silva (2000), (2002) では，地方政府がその固有の公共財供給費用を引き下げるための努力指標を想定している。

3） 地域にとって国と地方を含めた政府間財政システムから離脱することは禁止的に高い費用がかかる。したがって，Lockwood (1999)，Huber and Runkel (2008)，Dai et al (2019) など，この分野の多くの先行研究における慣例に従い，参加制約を無視する。

4） 本稿で採用したモデルで，地方政府による公共財の耐用度を高めるための努力指標eの選択を仮定しない場合には，地域の厚生関数（9）は次式で表される。

$$V_i = u_1(e_1^{\,i}) + g_1(y_1 + b^i + z^i - c_1^{\,i}) + \delta u_2(c_2^{\,i}) + \delta g_2(\theta^i(y_1 + b^i + z^i - c_1^{\,i})) + \delta g_3(y_2 - (1+r)b^i - c_2^{\,i})$$

上の地域厚生関数に基づく社会厚生関数の最大化条件により，**命題1**(ii)の結果を求めると，$c_1^{S0} = c_1^{H0}$　$c_2^{S0} = c_2^{H0}$　$G_1^{S0} < G_1^{H0}$　$G_2^{S0} = G_2^{H0}$　$b^{S0} = b^{H0}$　$z^{S0} > 0 > z^{H0}$ となり，地方によるeの選択を考慮した**命題1**で得た結果が $G_1^{S0} > G_1^{H0}$　$b^{S0} < b^{H0}$ であるので，第1期の公共財供給 $G_1^{\,i}$ と借入 b^i の2つについて，明確に異なった結果が得られる。本稿のモデルでは第1期に供給した地方公共財の第2期の住民に与える便益 $\delta g_2(\theta^i G_1^{\,i})$ と第2期に供給される地方公共財の便益 $\delta g_3(G_2^{\,i})$ を別々の効用関数で表しているが，Dai et al. (2019) では，これら2つの便益を同じ1つの効用関数 $\delta g_2(\theta^i G_1^{\,i}, G_2^{\,i})$ で表している。Dai et al. (2019) における完全情報下での結論は，$G_1^{S0} < G_1^{H0}$　$G_2^{S0} > G_2^{H0}$　$b^{S0} < b^{H0}$ で，G_2 とbに関する地域間配分の大小関係について，本稿のモデルで地方の努力指数eを考慮しない場合に得られる結論とは異なっている。また本稿の**命題1**の結論では，$G_1^{S0} > G_1^{H0}$，$G_2^{S0} = G_2^{H0}$ であることで，Dai et al. (2019) の結論とは異なったものとなっている。

5） 本稿で採用したモデルの下で，地方政府による公共財の耐用度を高めるための努力指標eの選択を仮定しない場合における結論も，またDai et al. (2019) が得た結論も，（ii）$\mu_H > 0$ の場合に，本稿の**命題2**では G_1^{S*} が G_1^{H*} の一定倍以下となるものの，G_1^{S*} と G_1^{H*} の間の大小関係が必ずしも定まらないことと比較して，明確に $G_1^{H*} < G_1^{S*}$ という結論が得られることを除き，**命題2**と同一となる。