資産としての土地需要が経済活動およびその変動に及ぼす影響についての理論的考察

著者	秋山 太郎
雑誌名	名古屋学院大学 ディスカッションペーパー
号	121
ページ	1-29
発行年	2017-08
URL	http://doi.org/10.15012/00000931

Discussion Paper No. 121 AUG 2017

資産としての土地需要が経済活動および その変動に及ぼす影響についての理論的考察

秋山 太郎

名古屋学院大学総合研究所

University Research Institute
Nagoya Gakuin University
Nagoya, Aichi, Japan

資産としての土地需要が経済活動およびその変動に及ぼす影響についての理論的考察[1]

秋山　太郎[2]

概要

本稿は土地を生産目的で需要する主体と，資産として需要する二タイプの土地需要主体を組み入れた世代重複モデルを用いて，資産としての土地需要の存在が経済活動の水準や変動に及ぼす影響について考察する。ここでは、資産として土地を需要する主体の存在は生産活動を縮小させること，またその数が大きくなるほど，またそのリスク回避度が相対的に低くなる（リスク・テイキングになる）ほど，生産性ショックが発生した場合の経済変動率が高くなること等が示される。

1.　イントロダクション

　土地は本源的な生産要素の一つであるが，他とは異なり，資産としても需要される。この土地の資産としての需要が高まった場合，土地は生産要素として十分に活用されにくくなり，生産活動は抑制される。さらにそれだけでなく，本来ならば実現できたかもしれない生産性の向上や経済成長の機会が失われたり，先延ばしにされたりする可能性がある。要するに，非生産目的である，資産としての土地需要は純粋に生産活動の弊害になる可能性がある[3]。

この資産として土地を需要する動機には，投機（利殖）目的や遺産相続目的などが挙げられよう。そのような資産としての土地需要は，その目的遂行のために土地を未利用ないし低度利用に留めることが有利となるケースが多く，特に日本では，土地は有利な資産として見なされる傾向があるために，生産要素として十分に活用されていないことこそが本質的な土地問題であるという指摘もある（野口，1989）。さらには，資産としての土地需要の例の一つである投機は，いつだってバブルを引き起こす主要因となってきた。しかし一方で，投機が正当化されることもある。それが裁定の役割を果たし，土地の価格（土地に限らず投機対象となる資産の価格）をつねに適正な水準に向かわせるように作用することが期待される場合である。しかし，残念ながらこれまでの経験上，そのようなプラスの側面よりも，地価変動や経済変動を不安定にする元凶というマイナスの側面の方が目立つ。本稿の目的は，そのような視点に立って，非生産的な資産としての土地需要が生産活動の水準や経済の変動にどのような影響を及ぼすのかについて，きわめてシンプルなモデルを用いて理論的に考察することにある。

本稿のモデルは，土地を明示的に扱う点が一つの大きな特徴といえるが，明示的かそうでないかは別と

---

[1] この論文は2014年度名古屋学院大学長期研修の成果の一部である。

[2] 名古屋学院大学経済学部

[3] もちろん土地は家計にとっては住居の基盤になるものであり、資産としての土地需要の増大は、住宅用地を減少させる（つまり、価格を押し上げる）ように作用し、彼らの効用水準にも、あるいは労働インセンティブなどにも影響すると考えられる。

して，マクロ経済モデルに土地を組み入れた研究は目新しいものではなく，特に 1980 年代後半以降から，この分野の研究が活発的におこなわれている。その議論の中心となっているのが，担保として機能する土地の価格（地価）が借手の信用制約に影響することを通じて，金融市場における信用量（貸出量）に，そして実物経済に実在的な影響力を持つという議論である。担保は単に借手のデフォルト・リスクを低めるだけでなく，資本市場の不完全性の存在により生じる問題の軽減にも貢献する。Bernanke and Gertler (1989) はその資本市場の不完全性の一つとして情報の非対称性の存在に焦点を当て，このメカニズムを理論的に説明している。具体的には，担保となる借手の純資産は情報の非対称性を軽減させるためのコスト（これはエージェンシー・コストと呼ばれる）を抑える役割を果たすために，この純資産の増加は貸手の貸付インセンティブを高め，借手の投資を促進する効果を持つ。そしてこの投資の増加によってもたらされる景気の浮上がさらなる借手の純資産の押上げをもたらすというスパイラルによって，ある一時点の経済変動が将来にわたって持続的な影響を及ぼすというものである。これは“フィナンシャル・アクセラレーター（金融加速）効果”と呼ばれ，理論と実証の両サイドから分析・検証がなされてきた。このモデルでは土地を明示的には扱っていないものの，地価変動が借手の純資産に直接的な影響を及ぼすことは明らかであるので，ある一時点の地価変動もまた同じプロセスを通じて実物経済に対して持続的な影響を及ぼすことが考えられる。

Bernanke and Gertler (1989) が情報の非対称性の存在に着目した一方で，Kiyotaki and Moore (1997) はそれとは異なる資本市場の不完全性，つまり契約の不完備性ないし契約履行の困難性に焦点を当て，これが存在するがために貸手は借手が保有する担保価値以上の貸付をおこなうインセンティブを持たないという状況の下で，フィナンシャル・アクセラレーター効果を理論的に説明した。土地を明示的に扱っているという点で Bernanke and Gertler（1989）とは違いがあるものの，基本的にはその波及メカニズムは同様で，一時的な経済ショックが地価（よって担保価値）の下落，よって借手の借入限度額を押し下げ，これが投資と土地需要を減退させてさらなる地価下落をもたらすというプロセスが働く一方で，経済ショックがプラスである場合は反対のプロセスが働き，一時的なショックが将来へ波及するというものである。

そのように，土地を組み入れたマクロモデルは土地の担保機能を軸にしたフィナンシャル・アクセラレーター効果に焦点を当てたものが主流であり，そのようなアクセラレーター効果が，日本やアメリカが直面した金融危機を理解する上で非常に大きく貢献した。ただ，土地ないし地価から実物経済に向けての影響は，フィナンシャル・アクセラレーター効果を通じたものだけでなく，もっと生産要素としての本源的な部分に着目することもまた大きな意味を持つと思われる。もちろん，土地を明示的に扱うマクロモデルはフィナンシャル・アクセラレーターを軸にしたものばかりではなく，数少ないながらもいくつかはある。その一つが Charles and Chen（2006）であり，彼らは土地を組み入れた非常にシンプルな動学的一般均衡モデルを用いて，地価変動やその変動が各世代の厚生に及ぼす影響を考察している。そこでは，上に挙げたフィナンシャル・アクセラレーターを扱うモデルにおいて動学を発生させる源泉となる資本市場の不完全性が存在しなくても，地価が循環的変動を見せることや，各世代の厚生が彼らの誕生時点における地価に依存することなど，いくつかの興味深い結論が導かれている。しかしながら，彼らのモデルでは，生産量を一定としているために，生産量（よって景気）の変動については分析の対象とは

していない[4]。

本稿はその Charles and Chen（2006）のモデルをベースにし，そこに生産量（景気）の変動が発生する源泉を加えた上で，資産としての土地需要を組み入れることで本稿が目的とする分析を展開する。本稿で得られた主な結果は次の通りである。まず，資産としての土地需要が存在する経済の均衡は存在しない経済と比べて高い地価と低い生産水準を持つことが確認される。次に，インパルス・レスポンス分析により，資産としての土地需要の増大，そしてその需要主体のリスク回避度の低下（リスク・テイキングになる）は，生産性ショックが発生した場合の経済変動率を大きくすることが示される。

以下の本稿の構成は次の通りである。まず 2 節においてベンチマーク・モデルを説明して概観を掴み，このモデルにおける経済変動やその安定性を決めるうえで，生産的な動機で土地を需要する主体と資産（非生産的な動機）として土地を需要する主体の相対的なリスク回避度の大きさやその需要の大きさが重要な役割を果たすことをみる。3 節では，完全予見の仮定の下で，経済変動やその均衡状態の局所的安定性について考察し，さらに，ある一時点の生産性ショックの発生に対するその後の経済の動きについての分析を加え，最終節において，これまでの分析の結果をまとめる。

2. ベンチマーク・モデル

賦存量が時間を通じて一定 $\bar{L}$ の耐久資産（以下，土地）が生産要素として存在する 2 期間の世代重複モデルを考える。経済主体は土地を生産手段として需要する企業家と資産として土地を需要する資産家の 2 タイプが存在し，それぞれ 2 期間だけ生存する。双方ともに若年期に 1 単位の労働力を初期財産として保有し，それをその期において最終財生産市場へ非弾力的に供給する。単純化のために企業家と資産家の人口は時間を通じてそれぞれ 1 と n で一定と仮定し，よって各期における労働供給もまたその和の $1+n$ に一致する。

2－1. 代表的企業家（生産要素として土地を需要する主体）

企業家は資本財生産技術を予め与えられ，その生産を目的に土地を需要する。任意の t 期に誕生した企業家は 2 期間（ t 期と $t+1$ 期）生存し，次の効用関数を持つ。

$$U_t(c_{1,t}, c_{2,t+1}) = \frac{c_{1,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{1}{1+\theta}\frac{c_{2,t+1}^{1-\sigma}}{1-\sigma} \tag{1}$$

ここで $c_{1,t}$ と $c_{2,t+1}$ はそれぞれ若年期と老年期の消費，$\theta(>0)$ は時間選好率，そして σ は相対的リスク回避度（異時点間の代替の弾力性の逆数）を意味する[5]。

---

[4] より詳細には，生産要素が土地だけで，その土地の総量が一定であるために，要素投入量が，よって生産量が時間を通じて一定となる。しかし，そのもとでも地価変動が生じるという帰結こそが，このモデルの主要な貢献の一つと見ることもできる。

[5] この相対的リスク回避度は，消費水準の変動と効用水準とを関連付けるものであり，この値が高くなるほど消費の変動から受ける効用の減少分が大きくなり（要するに変動を嫌う），消費を平準化するインセンティブを持つ一方で，この値が小さくなるほど，消費水準の変動に対する許容度が大きくなることを意味する。後に示されるように，この相対的リスク回避度はこの経済の変動や均衡点の安定性を決めるうえで重要な役割を果たす。

企業家は若年期の t 期に 1 単位の労働を初期財産として保有し，それを最終財生産市場に対して非弾力的に供給して実質賃金 w_t を得る。企業家は得た賃金を若年期の消費と資本財生産に必要な生産要素となる土地の購入 l_t に充てる。資本財は土地を生産要素として次の生産関数に従い生産されるとする。

$$k_{t+1} = al_t. \tag{2}$$

k_{t+1} は次期に各企業家が生産する資本量を意味しており，これは生産要素の投入から生産まで 1 期間を要することを意味している。a は定数であり，問題をシンプルにするために以下では $a = 1$ と仮定する[6]。土地 1 単位当たりの価格は q_t で，企業家は土地を投入して生産した資本財を次期の $t+1$ 期に最終財生産市場へ売却する。最終財の生産関数は次のコブ＝ダグラス型を仮定する。

$$Y_t = K_t^{\alpha}\bar{N}^{1-\alpha}. \tag{3}$$

ここで $\bar{N} = 1 + n$ であり時間を通じて一定なので，定数として扱うことができる。完全競争的な要素市場を仮定するため，資本財と労働に対する対価はそれぞれその限界生産物に一致する。つまり，以下が成立する。

$$r_t = \alpha K_t^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}, \qquad w_t = \frac{(1-\alpha)K_t^{\alpha}\bar{N}^{1-\alpha}}{\bar{N}} = (1-\alpha)K_t^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}. \tag{4}$$

ここで，r_t は資本のレンタル価格を，w_t は一人当たり賃金をそれぞれ意味している。

以上をもとにして，t 期の企業家の若年期と老年期における予算制約式をそれぞれ次のように書くことができる。

$$c_{1,t} + q_t l_t = w_t, \qquad c_{2,t+1} = r_{t+1}k_{t+1} + q_{t+1}^{e} l_t. \tag{5}$$

ここで，l_t は各企業家の土地需要量であり（ここでは企業家の人口を 1 としているので，これは同時に集計的な土地需要量 L_t と一致する），q_{t+1}^{e} は期待地価を意味している。

企業家は（5）の各予算制約式の下，$k_{t+1} = l_t$ であることに留意しながら，（1）式で表される効用を最大にするように，$c_{1,t}$ と $c_{2,t+1}$ および土地購入量 l_t を選択する。その一階の条件は次のようになる。

$$(w_t - q_t l_t)^{-\sigma} = \lambda_{1,t} \tag{6}$$

$$(1+\theta)^{-1}(r_{t+1}l_t + q_{t+1}^{e} l_t.)^{-\sigma} = \lambda_{2,t} \tag{7}$$

$$q_t\lambda_{1,t} = (r_{t+1} + q_{t+1}^{e})\lambda_{2,t} \tag{8}$$

$\lambda_{1,t}$ と $\lambda_{2,t}$ は各期のラグランジュ乗数である。以上の条件より，t 期における企業家の土地需要を次のように計算することができる。

$$l_t = \frac{w_t}{q_t}\left[R_t^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma} + 1\right]^{-1}. \tag{9}$$

表記をシンプルにするために，ここで土地投資の（期待）収益率 $R_t \equiv (r_{t+1} + q_{t+1}^{e})/q_t$ を定義している

[6] この仮定が後に展開する分析の結果に影響することは全くない。またこの仮定により，以下の分析では $k_t = l_{t-1}$ の関係が常に成立し，また企業家の人口が 1 であるために，世代全体の資本財生産量 K_t は 1 期前のその土地需要量 L_{t-1} に一致する。繰り返しになるが，あくまで議論をシンプルにすることが目的であり，とくに $a = 1$ の仮定はモデルの結果に全く影響しない。

[7]。これより，企業家の土地需要は w_t，q_t，r_{t+1} に加えて，q^e_{t+1} の関数として求められることが分かる。

Charles and Chen（2006）が強調したように，この期待地価の変化が（9）式から求められる企業家の最適な土地需要に及ぼす影響は相対的リスク回避度 σ に決定的に依存することになる。これを確認するために彼らと同様に（9）式を q^e_{t+1} について微分すると，

$$\frac{\partial l_t}{\partial q^e_{t+1}} = \frac{w_t}{q_t}\left[R_t^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-2}\left[\frac{1-\sigma}{\sigma}R^{-1/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}\frac{1}{q_t}\right], \qquad (10)$$

となり，$0<\sigma<1$ のケースでは，$\partial l_t/\partial q^e_{t+1}>0$ となる一方で，$\sigma>1$ のケースでは，$\partial l_t/\partial q^e_{t+1}<0$ となることが分かる。 $0<\sigma<1$ のケースでは，期待地価の上昇は今期の土地需要を増加させるように作用し，今期の地価を上昇させることになる。よってこのケースでは，今期の地価と期待地価は同じ方向に動くことになる。一方，$\sigma>1$ のケースは，経済主体が消費の変動を嫌い，消費を平準化しようとするインセンティブを持つために，将来の消費の増加が期待できる期待地価の上昇は，今期の消費をより増やし（よって，土地需要を減少させ），今期の地価を下落させるように作用する。後で見るように，σ の大きさは地価の変動を決める上で決定的な役割を果たすことになる[8]。

2－2.　資産としての土地需要（生産を目的としない土地需要主体）

土地を需要する主体が企業家のみしか存在しない場合，全ての土地は彼らに取得され，生産活動に利用される。このため生産量は一定となり，ダイナミクスの発生は地価のみに限られる。ここに，企業家とは別に，資産として（例えば，投機や遺産相続目的などで）土地を需要する主体（ここでは資産家と呼ぶ）を導入する。これにより企業家が購入する土地の量は時間を通じて変化する可能性を持ち，地価だけでなく生産量のダイナミクスが発生することになる。企業家ケースと同様に，できる限りシンプルな形で資産家をモデルに組み入れる。

資産家は土地を何の用途にも利用せず，単に資産としてそれらを需要する。彼らは各期に n のサイズの人口だけ誕生して，企業家と同様に任意の t 期に誕生した資産家は 2 期間（ t 期と $t+1$ 期）生存し，次の効用関数を持つとする。

$$\tilde{U}_t(\tilde{c}_{1,t},\tilde{c}_{2,t+1}) = \frac{\tilde{c}_{1,t}^{1-\tilde{\sigma}}}{1-\tilde{\sigma}} + \frac{1}{1+\tilde{\theta}}\frac{\tilde{c}_{2,t+1}^{1-\tilde{\sigma}}}{1-\tilde{\sigma}} \qquad (11)$$

ここで $\tilde{c}_{1,t}$ と $\tilde{c}_{2,t+1}$ はそれぞれ資産家の若年期と老年期の消費，$\tilde{\sigma}$ はその相対的リスク回避度（異時点間の代替の弾力性の逆数），そして $0<\tilde{\theta}$ は時間選好率を意味する。

資産家は企業家と同様に若年期の t 期に 1 単位の労働を初期財産として保有し，それを t 期において非弾力的に供給して実質賃金 w_t を稼ぎ，それを若年期の消費と資産運用のための土地購入に振り分け

---

[7] この土地投資の収益率は次のように 2 つの部分に分けることができる。

$$R_t \equiv r_{t+1}/q_t + q^e_{t+1}/q_t.$$

第 1 項目の部分は生産活動から得られる期待収益率で，第 2 項目はいわゆる期待キャピタルゲインを意味する。

[8] 詳細は Charles and Chen（2006）を参照のこと。

る。企業家と異なる点は，資産家によって取得された土地は生産には何ら貢献しないという点である[9]。その t 期の資産家の各期における予算制約式はそれぞれ次のように表される。

$$\tilde{c}_{1,t} + q_t \tilde{l}_t = w_t, \qquad \tilde{c}_{2,t+1} = q^e_{t+1}\tilde{l}_t. \tag{12}$$

資産家は（12）の各予算制約式の下，（11）式で表される効用を最大にするように，$\tilde{c}_{1,t}$ と $\tilde{c}_{2,t+1}$ および土地購入量 $\tilde{l}_t$ を選択する。その一階の条件は以下の通りである。

$$\left(w_t - q_t\tilde{l}_t\right)^{-\tilde{\sigma}} = \tilde{\lambda}_{1,t} \tag{13}$$

$$\left(1+\tilde{\theta}\right)^{-1}\left(q^e_{t+1}\tilde{l}_t.\right)^{-\tilde{\sigma}} = \tilde{\lambda}_{2,t} \tag{14}$$

$$q_t\tilde{\lambda}_{1,t} = q^e_{t+1}\tilde{\lambda}_{2,t} \tag{15}$$

これらの一階の条件式から次の各資産家の最適な土地需要を導くことができる。

$$\tilde{l}_t = \frac{w_t}{q_t}\left[\left(q^e_{t+1}/q_t\right)^{-(1-\tilde{\sigma})/\tilde{\sigma}}\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}} + 1\right]^{-1}. \tag{16}$$

やはり企業家のケースと同様に（15）式を q^e_{t+1} について微分すると，

$$\frac{\partial\tilde{l}_t}{\partial q^e_{t+1}} = \frac{w_t}{q_t}\left[\left(\frac{q^e_{t+1}}{q_t}\right)^{-(1-\tilde{\sigma})/\tilde{\sigma}}(1+\theta)^{1/\sigma} + 1\right]^{-2}\left[\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\left(\frac{q^e_{t+1}}{q_t}\right)^{-1/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}\frac{1}{q_t}\right], \tag{17}$$

となり，期待地価の変化が今期の資産家の土地需要に及ぼす影響は彼らの代替の弾力性 $\tilde{\sigma}$ の大きさに依存することが分かる。もし $0 < \tilde{\sigma} < 1$ であるならば，$\partial\tilde{l}_t/\partial q^e_{t+1} > 0$ となり，期待地価の上昇は今期の資産家の土地需要を増加させ，よって今期の地価を押し上げるように作用する一方で，$1 < \tilde{\sigma}$ の場合には，$\partial\tilde{l}_t/\partial q^e_{t+1} < 0$ となり，期待地価の上昇は，将来の消費の増加（への期待）の反動として消費の平準化させるために今期の土地需要は減少，よって今期の地価を下落させるように作用する。

ここで以下の分析のために，次のことを確認しておく。

補題 1：期待地価の変化が各経済主体の土地需要量に及ぼす影響は，その相対的リスク回避度の大きさに依存し，それが 0 から 1 の範囲にある場合には，期待地価の上昇は各経済主体の今期の土地需要を増加させる一方で，それが 1 を超える場合には，反対に期待地価の上昇は今期の土地需要を減退させるように作用する。

2－3.　期間内均衡

ここでは，このモデルにおける土地市場均衡を特徴づける。いま t 期における企業家の土地の総需要を L_t，資産家のそれを $\tilde{L}_t$ と表記すると，経済に存在する土地の総量は $\bar{L}$ であるので，t 期における土地市場均衡式を次のように表現することができる。

$$\bar{L} = L_t + \tilde{L}_t. \tag{18}$$

[9] この資産家と企業家と実質的な違いは，資本財生産技術を予め与えられているか否かということになる。ここでは資産家は資本財生産技術を持たないと仮定している。

企業家の人口サイズは 1，資産家の人口サイズは n なので，(9) 式と (16) 式より，それぞれの土地の総需要を次のように求めることができる。

$$L_t \equiv l_t = \frac{w_t}{q_t}\left[R_t^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}. \tag{19}$$

$$\tilde{L}_t \equiv n\tilde{l}_t = n\frac{w_t}{q_t}\left[(q_{t+1}^e/q_t)^{-(1-\tilde{\sigma})/\tilde{\sigma}}\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}. \tag{20}$$

図 1 は (18) ～ (20) 式から特徴づけられる期間内の土地市場均衡を表すものである。縦軸は地価を取り，横軸は原点（左側）から企業家の土地需要を，右側から資産家の土地需要が測られており，それらの総計が経済における土地賦存量の $\bar{L}$ に一致する。この平面上の右下がりの曲線は企業家の土地需要曲線であり，左上がりのそれが資産家の土地需要曲線になる。

【図 1 を挿入】

資産として土地を需要する資産家が存在しなければ，土地市場均衡は $\bar{E}$ となり，すべての土地は企業家により購入され ($L_t = \bar{L}$)，その場合の均衡地価は $\bar{q}$ となる。一方，この経済に資産家が導入されると，均衡点は両土地需要曲線の交点 E^* で決まり，先のケースと比べて企業家の土地取引量（よって，生産量）は抑えられる一方で，地価は押し上げられる。資産としての土地需要が増大するほど，この均衡点は左上方へ位置することになり，地価が押し上げられ，生産活動を抑制される。そのように単純に，資産としての土地需要の増加は生産活動を縮小させるように作用することがわかる[10]。

2－4.　期待地価の変化の影響

　これまでで見たように，当然ながら企業家と資産家の土地需要曲線のポジションは期待地価から影響を受けることになるが，その影響の方向性は (10) および (17) 式で見たように，両主体の相対的リスク回避度が 1 よりも大きくなるか否かに決定的に依存する。

たとえば，双方の相対的リスク回避度が 0 から 1 の間にある，具体的には，$0 < \tilde{\sigma} < 1$ かつ $0 < \sigma < 1$ のケースでは，期待地価 q_{t+1}^e の上昇は今期の企業家と資産家の土地需要をともに押し上げ，右下がりの企業家の需要曲線を右上方へ，右上がりの資産家の需要曲線を左上方へシフトさせるように作用する（図 2 の 2a)。一方，両土地需要主体の相対的リスク回避度が 1 を超える ($1 < \tilde{\sigma}$ かつ $1 < \sigma$) ケースでは，$\partial L_t/\partial q_{t+1}^e < 0$ かつ $\partial \tilde{L}_t/\partial q_{t+1}^e < 0$ となり，q_{t+1}^e の上昇は両主体の土地需要を減退させ，企業家の需要曲線を左下方へ，資産家のそれを右下方へシフトさせる（図 2 の 2b)。両ケースにおいても，q_{t+1}^e の変化が今期の地価に及ぼす影響の方向は明確であるものの，生産要素として利用される企業家の土地購入量（よって，次期の生産量）については不明確であり，それは期待地価の変化に対する両曲線の相対的な

[10] これは，地価変動の金融市場を通じての実物生産への影響をまったく考えていない場合のことであることに注意されたい。もし資金調達の際に土地担保融資が採用される場合には，資産としての土地需要の増大により引き起こされた地価上昇が，既に土地を所有する既存企業者の借入制約を緩め，さらなる投資・生産活動の活発化をもたらす可能性もある。これは“フィナンシャル・アクセラレーター効果”として知られている。

シフトの大きさに依存することになる[11]。

【図 2 を挿入】

しかしながら，これまでの経験上，期待地価の変化が今期の土地需要とマイナスの関係を持って結びつくことは考えづらく（つまり，$1 < \tilde{\sigma}$ かつ $1 < \sigma$ のケース），やはり期待地価が上昇（下落）すれば土地需要は増加（減少）すると考えるほうが直感的であろう。よって，以降の分析では次のことを仮定する。

仮定 1：$0 < \sigma < 1$ および $0 < \tilde{\sigma} < 1$

さらに，期待地価が地価と生産量のダイナミクスに及ぼす影響は相対的リスク回避度の水準およびその組み合わせに依存すると同時に，期待地価がどのように形成されるかにも依存する。以下では，相対的リスク回避度の相対的な大小関係および将来地価への期待形成の相違により，経済のダイナミクスおよびその安定性にどのような違いが生じるかについて分析する。

2－5.　定常状態

この経済のダイナミクスを特徴づける前に，定常状態について見ておこう。定常状態ではすべての変数が一定値となるため，$L_t = L_{t-1} = L$ および $q_{t+1} = q_t = q$ が成立する。これを（19）と（20）式に代入すると次を得る[12]。

$$L = \frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}. \tag{21}$$

$$\bar{L} - L = n\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}. \tag{22}$$

（21）式における $\bar{R} = (\alpha L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}+q)/q = \alpha L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}/q + 1$ は定常状態における企業家の土地の収益率を意味している。

この２つの式を使って，定常状態における企業家と資産家の土地保有比率（分母は企業家の，分子が資産家の土地保有量）を次のように計算することができる。

$$\frac{\bar{L}-L}{L} = \frac{n\tilde{z}}{z}. \tag{23}$$

ここで，表記を簡単にするために $z \equiv \left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}$ および $\tilde{z} \equiv \left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}$ を定義している。一方で，（22）式を地価 q について解き，この（23）式を適用すると次を得る。

---

[11] もちろん片方の主体の相対的リスク回避度が 0 から 1 の間で，もう片方のそれが 1 よりも大きくなるケースも考えられる。この場合は，期待地価の上昇が今期の地価に及ぼす影響さえも不明確になる。ただ，期待地価の上昇が今期の地価を引き下げるような状況は考えづらいであろう。

[12] （4）式より，定常状態では資本財価格および賃金はそれぞれ $r = \alpha K^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}$ と $w = (1-\alpha)K^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}$ になる。（3）式より，$K = L$ であるので，資本財価格と賃金はそれぞれ $r = \alpha L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}$ と $w = (1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}$ に書き換えることができる。

$$q=\frac{n(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}\tilde{z}}{\bar{L}-L}=\frac{n(1-\alpha)\alpha L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}\tilde{z}}{\alpha L}\frac{L}{\bar{L}-L}=z(1-\alpha)L^{\alpha-1}\bar{N}^{-\alpha} \tag{24}$$

$r=\alpha L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}$であることに留意しながら，定常状態における土地の純収益率 r/q を求めると次のようになる。

$$\frac{r}{q}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}}{z(1-\alpha)L^{\alpha-1}\bar{N}^{-\alpha}}=\frac{\alpha\bar{N}}{z(1-\alpha)} \tag{25}$$

そのように，明示的には解けないものの，土地の純収益率（よって，企業家の土地収益率 $\bar{R}=r/q+1$ ）は z（したがって，$\bar{R}$ と σ ）と α および N のみに依存し，資産家の相対的リスク回避度 $\tilde{\sigma}$ には依存しないことが分かる。これより，以下の補題を得ることができる。

補題 2：定常状態における企業家の土地投資収益率 $\bar{R}$ および，生産活動からの土地の純収益率 r/q は資産家の相対的リスク回避度 $\tilde{\sigma}$ には依存しない。

しかし残念ながら，定常状態における地価および企業家の土地需要は手計算で明示的に求めることができず，それは数値計算に委ねなければならない。

以上，各変数についての定常状態値は明示的に解けないものの，定常状態では企業家の土地投資収益率および生産活動からの土地の純収益率は資産家の相対的リスク回避度には依存しないという重要な結果を得た。以降，この経済のダイナミクスについて考察を加えていくことになるが，企業家と資産家の土地需要はそれぞれ将来地価に対する期待に依存するために，このダイナミクスもまた彼らがどのようにその期待を形成するかに決定的に依存することになる。人々がどのように将来地価に対する期待を形成するかについては十分なコンセンサスは得られていないため，結局のところ，考えられるあらゆる期待形成について検討すべきということになろうが，ここでは紙幅の制限上，完全予見のケースに絞って検討していくことにする。

3.　経済変動と局所的安定性

まずは人々が将来の地価を的確に予想する，完全予見を仮定したケースについて考える。この場合，$q^e_{t+1}=q_{t+1}$ となるので，これと（4）式と（18）式を用いて（19）と（20）式を書き換えると，この経済の動学システムを決定づける次の 2 本の差分方程式を得ることができる。

$$L_t=\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}_{t-1}\bar{N}^{-\alpha}}{q_t}\left[\left(\frac{\alpha L^{\alpha-1}_t\bar{N}^{1-\alpha}+q_{t+1}}{q_t}\right)^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}. \tag{26}$$

$$\bar{L}-L_t=n\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}_{t-1}\bar{N}^{-\alpha}}{q_t}\left[\left(\frac{q_{t+1}}{q_t}\right)^{-(1-\tilde{\sigma})/\tilde{\sigma}}\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}. \tag{27}$$

この（26），（27）式を用いて，この経済のダイナミクスの特徴および定常均衡の局所的安定性について考える。

3－1.　局所的ダイナミクスと安定性

この経済のダイナミクスを決定づける（26）式と（27）式からなる差分方程式システムは非線形であるため，ここでは対数線形近似により線形システムに書き換えて，その局所的安定性およびダイナミクスについて考察する。

この 2 つの式を，定常状態の近傍で線形対数近似をおこなった上で行列表示にすると次のようになる[13]。

$$\begin{bmatrix} dq_{t+1} \\ dL_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{m_1 n_3 + m_3}{1 - m_1 n_2}\right) & \left(\dfrac{m_1 n_1 + m_2}{1 - m_1 n_2}\right) \\ \left(\dfrac{m_3 n_2 + n_3}{1 - m_1 n_2}\right) & \left(\dfrac{m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_t \\ dL_{t-1} \end{bmatrix} \tag{28}$$

この係数行列内の各要素は次のとおりである。

$$m_1 = \frac{1 + \alpha \bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}, \qquad n_1 = -\frac{n\tilde{z}}{z}\alpha,$$

$$m_2 = -\frac{\alpha}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}, \qquad n_2 = -\frac{n\tilde{z}}{z}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}},$$

$$m_3 = \frac{1 + z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}, \qquad n_3 = \frac{n\tilde{z}}{z}\left[1 + \tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right].$$

念のために, 再度 $z \equiv \left\{\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma} + 1\right\}^{-1}$ および $\tilde{z} \equiv \left\{\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}} + 1\right\}^{-1}$ であることに留意されたい。

（28) 式を使って，対数線形化した差分方程式システムの局所的な安定性について考える。そのために，まず（28）の係数行列の Determinant（以下，det と表記）および Trace（以下，tr と表記）を求める。

まず det は次のように計算することができる。

$$\det = \frac{(1 - m_1 n_2)(m_3 n_1 - m_2 n_3)}{(1 - m_1 n_2)^2} = \frac{(m_3 n_1 - m_2 n_3)}{(1 - m_1 n_2)} \tag{29}$$

この det の分母は常にプラスであり，分子については下記の中カッコ内の符号がプラスならプラス，マイナスならマイナスになる（詳細は補論 A-2)。

$$\left[\frac{1}{1 + \left(1+\tilde{\theta}\right)^{-1/\tilde{\sigma}}}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right) - \frac{1}{1 + \bar{R}^{(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{-1/\sigma}}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\right]$$

資産家の $\tilde{\sigma}$ は第 1 項目にしか入っておらず，またその第 1 項目は $\tilde{\sigma}$ の単調減少関数になる[14]。det の

[13] この対数線形近似の方法については補論 A1 を参照のこと。
[14] det の符号を決める分子の中カッコ内の第 2 項目については次のようにも書くことができる。

分母の値も $\tilde{\sigma}$ に依存するものの，その符号はそれには依存せず常にプラスである。これより次の補題 3 を得ることができる。

補題 3：σ を一定として，$\tilde{\sigma}$ が σ に比べ相対的に小さく（大きく）なると，$\det > 0$（$\det < 0$）となる傾向にある。なお，$\bar{R} > 1$ なので，企業者の資産家の時間選好率が同じ（$\tilde{\sigma} = \sigma$）場合には， $\det > 0$ になる（本文中の補題 1 より，$\tilde{\sigma}$ の変化は $\bar{R}$ の大きさには影響を与えないことに留意)。
証明：補論 A-2 を参照のこと

次に tr は次のように計算することができる。

$$\mathrm{tr} = \left(\frac{m_1 n_3 + m_3}{1 - m_1 n_2}\right) + \left(\frac{m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) = \left(\frac{m_1 n_3 + m_3 + m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) \tag{30}$$

これより次の補題 4 を得ることができる。

補題 4：仮定 1 の下では常に $\mathrm{tr} > 0$ となる。
証明：補論 A-2 を参照のこと

そのように tr の符号はプラスで確定するものの，det の符号はプラス（$\tilde{\sigma}$ が σ に比べ相対的に小さい場合に発生）にもマイナス（$\tilde{\sigma}$ が σ に比べ相対的に大きい場合に発生）にもなりうる。可能性としては Source（完全収束），Sink（安定・収束経路の不決定），Saddle（収束経路が一意に決定）のいずれにもなりうる。いずれになるかについて以下の手順に沿って確認する。

手順 1：$\mathrm{tr} > 0$ であることが分かっているため，$\det + 1 < \mathrm{tr}$ が成り立つと Saddle か Source になり，反対の符号 $\det \mathrm{A} + 1 > \mathrm{tr}$ が成り立つと，Sink か Source である。

これを確認するために，$\mathrm{tr} - \det - 1$ を計算すると次のようになる。

$$\mathrm{tr} - \det - 1 = \left(\frac{m_1 n_3 + m_3 + m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) - \left(\frac{m_3 n_1 - m_2 n_3}{1 - m_1 n_2}\right) - \left(\frac{1 - m_1 n_2}{1 - m_1 n_2}\right) \tag{31}$$

これより次の補題 5 を得ることができる。

補題 5：仮定 1 の下では $\det < \mathrm{tr} - 1$ である。
証明：補論 A-2 を参照のこと

この補題 5 を得た時点で，この経済における定常均衡は Saddle か Source に限定される。よって，次の

$$\frac{1}{1 + \bar{R}\left(\frac{\bar{R}}{1+\theta}\right)^{1/\sigma}}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)$$

$\bar{R} > 1 + \theta$ となる場合は，特に σ が小さい局面では， σ の単調減少関数にはならず，一定の σ の値まで増加関数になる領域が出てくる。そのため σ が小さい場合には，相対的に $\tilde{\sigma}$ が十分に大きくなっても，符号がプラスからマイナスに変わらない可能性がある。

手順 2 を確認すれば，定常均衡はそのどちらかになるかが分かる

手順 2　もし，$\det > -\mathrm{tr} - 1$ が成立すれば Saddle となり，$\det < -\mathrm{tr} - 1$ が成立すれば Source となる。

これを確認するために，$\det + \mathrm{tr} + 1$ を計算すると次のようになる。

$$\det + \mathrm{tr} + 1 = \left(\frac{m_3 n_1 - m_2 n_3}{1 - m_1 n_2}\right) + \left(\frac{m_1 n_3 + m_3 + m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) + \left(\frac{1 - m_1 n_2}{1 - m_1 n_2}\right) \tag{32}$$

これより次の補題 6 を得ることができる。

補題 6：仮定 1 の下では常に $\det + 1 + \mathrm{tr} > 0$ である。
証明：補論 A-2 を参照のこと

以上の補題 2～6 より，以下の *Proposition 1* が得られる。

Proposition 1：完全予見のケースでは，この経済の定常均衡は常に Saddle point になる。

そのように，このモデルにおいて完全予見を仮定する場合，定常解が存在するあらゆるケースにおいて，その定常均衡は Saddle（鞍点）になる。この場合，定常状態に向かう経路を一意に求めることができ，次のインパルス応答反応関数を使った分析が可能になる。

3－2.　数値計算による分析

以下では数値計算を用いた分析をおこなうが，数値計算による分析で難しいところは，設定するパラメータ値によって結果が大きく変わる可能性があることである。そのために，パラメータ値の設定は慎重にかつ，多くの人にとって納得できるものにする必要がある。当然，パラメータ数が多くなるほど厄介になるが，このモデルにおけるパラメータは企業者と資産家の異時点間の代替の弾力性および割引ファクター（ σ ，$\tilde{\sigma}$，θ，$\tilde{\theta}$ ），経済における土地の総量 $\bar{L}$，そして企業者と資産家の人数（1 と n）と数が少ないことは，このモデルの利点の一つである。以下，その設定の方法について説明する。

まずは，企業者の資産家の異時点間の代替の弾力性（の逆数）であるが，これについての推計値は様々であり，その幅もかなり大きく，もっとも設定が難しいパラメータ値の一つと言われている。よって，その設定には恣意的な要素が入ってしまうのは避けられず，本稿もその例外ではない。本稿の関心の焦点が，長期的な視野のもとでの非実用的な土地需要（たとえば，遺産動機など）よりもむしろ，短期的な利殖稼得（つまり，投機）目的といった土地需要にあるため，期待地価の上昇は今期の土地需要を増大させるという関係性を保持する必要がある。そのため，モデル内で説明した通り，異時点間の代替の弾力性の逆数が 0 から 1 の間になければならず，本稿ではこれを仮定した。ただ，参考のために数値計算ではこの値が 1 を超えるケースも扱っている。

よって，このモデルが想定する期間は，企業者が生産活動を始めて結果が出るくらいの期間，および資産家が貯蓄（短期的な利殖）手段として土地を購入し，売却するまでの期間であり，通常 2 期間の世代重複モデルで想定されるような 1 期間 20～30 年はあまりにも長すぎる。よって，このモデルが想定する期間を 1 期間長くてもせいぜい 5 年程度とし，1 年間の割引ファクターを 0.96 として，企業者と資産家の割引ファクター θ と $\tilde{\theta}$ の値を考える。そうすると 5 年の割引ファクターはおおよそ 0.2 程度となり，これを企業者と資産家の割引ファクターとして設定する（つまり $\theta = \tilde{\theta} \cong 0.2$）。両者の割引ファクターが等しいと考えること自体に，また異時点間の代替の弾力性と割引ファクターとは関連付けてセットで設定すべきという批判も出ると思われるが，本稿では企業者と資産家の異時点間の代替の弾力性の相対的な大小関係に焦点を当てるという理由で，この設定をおこなった[15]。最後に，企業者と資産家の人口 n については，企業者は 1，$n = 2$ とし，土地の総量については企業者の人口よりも少なく設定する（具体的には，$\bar{L} = 0.7$）。次節の数値計算においてもこの設定を利用する。

さて，これらのパラメータ値を用いて，いくつかの σ と $\tilde{\sigma}$ の組み合わせの下で Trace と Determinant および 2 つの固有値（ λ_1 と λ_2 ）を数値計算して，まとめたものが次の表 1 である。

【表 1 を挿入】

表 1 はあらゆる企業者と資産家の異時点間の代替の弾力性の組み合わせの下で，定常均衡が局所的に鞍点（saddle point）になることを示しており，上で得られた Proposition.1 の結果と整合的であることが確認できる。よって，この完全予見のケースでは，定常均衡へ収束する移行経路を一意に特定することができ（determinacy），次のインパルス・レスポンスにおいてその経路を計算することができる。

3－3. インパルス・レスポンス

ここでは，1%のマイナスの生産性ショックが発生した場合，各変数がどのような反応を示すのかをインパルス・レスポンス分析を用いて考察する。そのために，（2）式の生産関数に次の生産性ショック z_t を加えたものへ修正する。

$$Y_t = e^{z_t} L_{t-1}^{\alpha} N^{1-\alpha}. \tag{28}$$

その生産性ショックは次のように 1 階の自己回帰（AR1）に従うものと仮定する。

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}. \tag{29}$$

ここで，ε_{t+1} は平均がゼロで同一の正規分布に従い，各期間で独立であるとする（iid）。また，$0 < \rho < 1$ を仮定する。この（26）と（27）式からなる差分方程式システムにこの（28）式を加え，地価がジャンプ変数，それ以外が先決変数であることに留意しながら，定常状態の近傍で対数線形近似し，発散経路を排除するように政策関数を導き，定常状態から 1%のマイナスの生産性ショックが起こった場合の地価と企業者の土地保有量（よって，生産高）のインパルス反応を求めたものが次のグラフである。

[15] 割引ファクターの設定はいつでも変更可能であり，この値がこのモデルの主要な結論にほとんど影響を与えることはない。

【図 4 を挿入】

図 4 には 3 つの目的に沿ったグラフが描かれている。3 つのグラフともに，地価の動きが同じようなものになっているのは，地価（唯一のジャンプ変数）が定常均衡へ収束する唯一の経路から外れないように政策関数を通じて決定されているからである[16]。

まず図（4a）は資産家の人数（非生産目的の土地需要）が経済の動きにどのような影響を及ぼすのかに注目するものである。実線よりも破線のほうが資産家の人数が大きいケースである。この状態から 1%のマイナスの生産性ショックが発生したときに，地価や企業家の土地購入量が何％変動するかについて示したものである。双方ともに，マイナスの生産性ショックが発生した場合，企業家の土地保有量よって生産量は落ち込むが，その減少率は資産家の数が大きいケースの方が大きい[17]。この結果は直感通りであり，マイナスの生産性ショックの発生により企業家の土地需要が減少して地価が下落した場合，資産家の数が相対的に多いほど土地は彼らに購入されるため，生産量が減少するからである。

次に（4b）は資産家の相対的リスク回避度が企業家のそれに比べ相対的に大きいケース（実線）と小さいケース（破線）を比べたものである。より具体的には，実線は企業家の方が資産家よりも期待地価の変化に対して敏感に反応するケース，破線は資産家の方が敏感に反応するケースである。それらのマイナスの生産性ショックの発生に対する経済の動きを見てみると対照的な動きを示しており，前者の場合はマイナスの生産性ショックが発生したにもかかわらず，企業家の土地購入量が増加していることが分かる。企業の土地購入量が増加するということは，次期の生産高も増加するために，結果的にはマイナスの生産性ショックは生産高を押し上げるように働くことになる。これは，マイナスの生産性ショックの発生により，期待地価の変化に対して敏感の反応する資産家の土地需要が大幅に減少したため，その分，今期の地価が大幅に下落し，それが企業家の今期の土地購入量を押し上げたと解釈することができる[18]。しかしながら，このような現象が起きるのは $\tilde{\sigma}$ が σ に対して相対的に十分に小さくなる場合に限られ，重要な性質は，資産家のリスク回避度が相対的に高くなるほど，マイナスの生産性ショックに対する生産高の減少率が大きくなることである。

最期の（4c）のケースは，企業者と資産家ともにリスク回避度が低いケース（実線）と高いケース（破線）を比べている。マイナスの生産性ショックに対する反応を見てみると，リスク回避度が両者ともに低いケースの方が高いケースに比べて，マイナスの生産性ショックの発生による生産高の減少率が大きいこ

---

[16] 実際には地価変動自体がそのファンダメンタルズ価格から著しく乖離し，異常な動きを見せたケースが多い。これは地価が，経済が発散しないように決められなかったことを意味し，この通常ではない地価変動の動きを説明できることが望ましい。しかしながら，本モデルではジャンプ変数は地価の一つのみであり，経済を収束経路に引き戻す唯一の変数となるために，これを行うことはできない。これを行うには，地価に代わる何らかのジャンプ変数をモデルに組み入れる必要がある。

[17] ちなみに，数値計算による実線のケースの企業家の土地購入量と地価の定常値はそれぞれ 0.3148，0.7573 であり，破線のケースは 0.2550，0.8468 である。破線のケースの方が資産家の数が多い（つまり，非生産的な目的での土地需要が大きい）ので，企業家の土地購入量（よって生産量）は少なく，地価は高くなる。

[18] ちなみに，数値計算による実線のケースの企業家の土地購入量と地価の定常値はそれぞれ 0.3581，0.9593 であり，破線のケースは 0.3332，0.5659 である。

とが分かる[19]。やはり，リスク回避度が低い状況下では，ショックの発生した場合に大きく景気が変動することになり，リスク回避度が高くなる状況下では，ショックが発生しても変動は抑えられる傾向を持つ。

以上のように，資産家の土地需要が大きくなるほど，相対的に資産家のリスク回避度が低くなるほど，生産性のショックが発生した場合の経済変動が大きくなることが示され，非生産的な資産としての土地需要の存在は経済の変動を大きくする傾向があるといえる。

4.　結論と今後の展望

以上のように，非生産的な土地需要の増大は生産活動そのもの縮小させるだけでなく，非生産的な土地需要主体が生産目的で土地を需要する主体と比べて，よりリスク・テイキングになるほど，生産性ショックが発生した場合に経済変動率はより高くなることが示された。もちろん，非生産的な土地需要の存在意義を完全に否定するわけではないが，それが生産目的の土地需要と比べて相対的に大きくなる状況は，本稿で得られた結論を前提にすれば決して好ましいものではない。よって，そのような状況下に陥らぬよう，私たちは非生産的な土地需要の動きを監視し，生産的な土地需要と比べて相対的に大きくなり始めたならば，それを潰す何らかの対策を事前に講じる必要がある。そのためには，土地取引にかかわる統計データをしっかり整備しておく必要がある。

現在の土地取引関連データとしては，国土交通省の『企業の土地取得状況等に関する調査』,『土地動態調査』,『土地保有移動調査』等が利用可能であるが，実際にこれらのデータから，特に 1980 年代後半のバブル発生期に非生産的な土地需要の異常な動きを読み取ることができるのか検証してみる必要がある。もし，それら統計がその異常をしっかりと捉えることができているならば，その統計データをしっかりとチェックし，異変が見られた時点で直ぐに対応を考えることができるが，もし捉えられていないならば，それができるよう整備が必要となろう。この課題については近い将来に取り組む予定である。

また他にも課題が残されている。本稿のモデルでは期待地価が重要な役割を果たすが，本稿では完全予見のもとで分析を行った。しかし，Nakajima（2006）では，日本のバブル期およびその後の資産価格変動は適応的期待を仮定した場合に上手く説明できるという結果が得られており，完全予見とは異なる期待形成の仮定のもとで検証する必要がある。その結果として，完全予見を仮定した本稿では均衡点はサドル・ポイントとなったが，適応的期待の下では不安定的になる可能性もある。これについては別論文で取り扱いたい。

[19] ちなみに，実線のケースの企業家の土地購入量と地価の定常値はそれぞれ 0.3148，0.7573 であり，破線のケースは 0.2590，0.6749 である。

参考文献

英語文献

- Bernanke, B. (1983) “Non-monetary Effects of the Financial Crisis in the Propagation of the Great Depression” American Economic Review, 73, pp.257-276.
- Bernanke, B., and A.S. Blinder (1988) “Credit, Money, and Aggregate Demand” American Economic Review, 78, pp.435-439.
- Bernanke, B., and M. Gertler (1989) “Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations” American Economic Review, 79, pp.14-31.
- Bernanke, B., Gertler, M., and S. Gilchrist (1996) “The Financial Accelerator and the Flight to Quality” Review of Economics and Statistics, 78, pp.1-15.
- Charles Ka Yui Leung & Nan-Kuang Chen,(2006) "Intrinsic Cycles of Land Price: A Simple Model," Journal of Real Estate Research, American Real Estate Society, vol. 28(3), pages 293-320.
- Chen, N. (2001) “Bank Net Worth, Asset Prices and Economic Activity” Journal of Monetary Economics, 48, pp.415-436.
- Holmstrom, B., and J. Tirole (1997) “Financial Intermediation, Loan-able Funds, and The Real Sector” Quarterly Journal of Economics, 112, pp.663-691.
- Kiyotaki, N., and J. Moore (1997) “Credit Cycles” Journal of Political Economy, 105, pp.211-248.
- Kiyotaki, N., and K. West (1996) “Business Fixed Investment and the Recent Business Cycle in Japan” National Bureau of Economic Research Working Paper 5546.
- Nakajima, T. (2006) “Asset price fluctuations in Japan: 1980-2000” *Japan and The World Economy*, 631, pp.1-25.

邦語文献

- 櫻川昌哉（2002）『金融危機の経済分析』東京大学出版会
- 野口悠紀夫（1989）『土地の経済学』日本経済新聞社.
- 野口悠紀夫（1992）『バブルの経済学』日本経済新聞社.
- 米山秀隆（1993）『土地問題の構造：ポストバブルの地価を読む』日本図書刊行会.

補論 A－1.　完全予見のケースにおける対数線形近似

（19）と（20）式に完全予見の仮定を適用すると次のようになる。

$$L_t = \frac{(1-\alpha)L_{t-1}^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q_t}\left[\left(\frac{\alpha L_t^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}+q_{t+1}}{q_t}\right)^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}. \quad \text{(A1)}$$

$$\bar{L}-L_t = n\frac{(1-\alpha)L_{t-1}^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q_t}\left[\left(\frac{q_{t+1}}{q_t}\right)^{-(1-\tilde{\sigma})/\tilde{\sigma}}\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}. \quad \text{(A2)}$$

まず（A1）式について対数線形近似をおこなう。対数線形近似は次のようにして行うことができる。

$$L\frac{\partial LHS}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x}dL_t = L\frac{\partial RHS}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x}dL_t + L\frac{\partial RHS}{\partial L_{t-1}}\bigg|_{x_i=x}dL_{t-1} + q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t+1}}\bigg|_{x_i=x}dq_{t+1} + q\frac{\partial RHS}{\partial q_t}\bigg|_{x_i=x}dq_t \quad \text{(A3)}$$

ここで、$\mathrm{d}x_i = \ln x_i - \ln x$ を定義している。定常状態で評価したそれぞれの偏導関数は以下のようになる。

$$L\frac{\partial LHS}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x} = L,$$

$$L\frac{\partial RHS}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x} = -\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-2}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\frac{\alpha(1-\alpha)L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}}{q},$$

$$L\frac{\partial RHS}{\partial L_{t-1}}\bigg|_{x_i=x} = \frac{\alpha(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1},$$

$$q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t+1}}\bigg|_{x_i=x} = \frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-2}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}.$$

$$q\frac{\partial RHS}{\partial q_t}\bigg|_{x_i=x} = -\left\{\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}\right.$$
$$\left.+\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-2}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}\right\},$$

ここで，$\bar{R} = (\alpha L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}/q)+1 = r/q+1$ であり，定常状態における土地の収益率を意味している。

一方，定常状態では，（A1）式は次が成立する。

$$L = \frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}. \quad \text{(A4)}$$

これを利用して次のように式を短く書き換える。

$$L\frac{\partial LHS}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x} = L,$$

$$L\frac{\partial RHS}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x} = -\alpha L\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma},$$

$$L\frac{\partial RHS}{\partial L_{t-1}}\bigg|_{x_i=x} = \alpha L,$$

$$q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t+1}}\bigg|_{x_i=x} = L\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}.$$

$$q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t}}\bigg|_{x_i=x} = -\left\{L + L\left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}\right\},$$

表記を簡単にするために，$r = \alpha L^{\alpha-1}\bar{N}^{1-\alpha}$ と さらに $z \equiv \left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}+1\right]^{-1}$ を定義して書き換えると次のようになる。

$$L\frac{\partial LHS}{\partial L_{t}}\bigg|_{x_i=x} = L,$$

$$L\frac{\partial RHS}{\partial L_{t}}\bigg|_{x_i=x} = -\alpha L\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right),$$

$$L\frac{\partial RHS}{\partial L_{t-1}}\bigg|_{x_i=x} = \alpha L,$$

$$q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t+1}}\bigg|_{x_i=x} = Lz(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}.$$

$$q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t}}\bigg|_{x_i=x} = -L\left[1+z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}\right],$$

いま，後の計算のために（A3）を dq_{t+1} について解いておくと次のようになる。

$$dq_{t+1} = \left\{\frac{L\frac{\partial RHS}{\partial L_t}\Big|_{x_i=x} - L\frac{\partial LHS}{\partial L_t}\Big|_{x_i=x}}{-q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t+1}}\Big|_{x_i=x}}\right\}dL_t + \left\{\frac{L\frac{\partial RHS}{\partial L_{t-1}}\Big|_{x_i=x}}{-q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t+1}}\Big|_{x_i=x}}\right\}dL_{t-1} + \left\{\frac{q\frac{\partial RHS}{\partial q_t}\Big|_{x_i=x}}{-q\frac{\partial RHS}{\partial q_{t+1}}\Big|_{x_i=x}}\right\}dq_t \tag{A5}$$

シンプルにするため、（A5）を次のように表記する。

$$dq_{t+1} = m_1 dL_t + m_2 dL_{t-1} + m_3 dq_t \tag{A6}$$

（A6）式の右辺の各係数はそれぞれ次のとおりである。

$$m_1 = \frac{-\alpha L\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma} - L}{-Lz(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}} = \frac{1+\alpha\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}$$

$$m_2 = \frac{\alpha L}{-Lz(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}} = -\frac{\alpha}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}$$

$$m_3 = \frac{1+z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}.$$

各係数の絶対値の大小関係は $|m_3| > |m_1| > |m_2|$ となることが分かる[20]。この関係は後の議論で使うことができる。

続いて，（A2）式について対数線形近似をおこなっていく。（A1）のケースとの違いを明らかにするために次のように表記する。

$$L\frac{\partial\widetilde{LHS}}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x} dL_t = L\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial L_{t-1}}\bigg|_{x_i=x} dL_{t-1} + q\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial q_{t+1}}\bigg|_{x_i=x} dq_{t+1} + q\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial q_t}\bigg|_{x_i=x} dq_t \tag{A7}$$

それら定常状態で評価したそれぞれの偏導関数は以下のようになる。

$$L\frac{\partial\widetilde{LHS}}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x} = -L,$$

$$L\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial L_{t-1}}\bigg|_{x_i=x} = \alpha n\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1},$$

$$q\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial q_{t+1}}\bigg|_{x_i=x} = n\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-2}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}.$$

$$q\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial q_t}\bigg|_{x_i=x} = -n\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}\left\{1+\left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right\},$$

定常状態では，（A2）式から以下の関係が成立する。

$$\bar{L}-L = n\frac{(1-\alpha)L^{\alpha}\bar{N}^{-\alpha}}{q}\left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right]^{-1}. \tag{A8}$$

これを使って，また表記を簡単にするために $\tilde{z} \equiv \left\{\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}+1\right\}^{-1}$ を定義して上の偏導関数を書き直す。

$$L\frac{\partial\widetilde{LHS}}{\partial L_t}\bigg|_{x_i=x} = -L,$$

$$L\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial L_{t-1}}\bigg|_{x_i=x} = \alpha(\bar{L}-L),$$

$$q\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial q_{t+1}}\bigg|_{x_i=x} = (\bar{L}-L)\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}.$$

$$q\frac{\partial\widetilde{RHS}}{\partial q_t}\bigg|_{x_i=x} = -(\bar{L}-L)\left[1+\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right],$$

後の計算のために（A9）式を dL_t について解くと次のようになる。

[20] $|m_3| > |m_1|$ となる条件は，$z\bar{R} > \alpha\bar{N}$ であり，これを書き換えると $\bar{R} > \alpha\bar{N}/z$ となる。本文の（25）式より，$\alpha\bar{N}/z = (1-\alpha)r/q$ であり，$\bar{R} = 1 + r/q$ であることから，必ず $z\bar{R} > \alpha\bar{N}$ が成立し，よって $|m_3| > |m_1|$ の大小関係が成立する。

$$dL_t = \left\{\frac{L\left.\frac{\partial \widetilde{RHS}}{\partial L_{t-1}}\right|_{x_i=x}}{L\left.\frac{\partial \widetilde{LHS}}{\partial L_t}\right|_{x_i=x}}\right\} dL_{t-1} + \left\{\frac{q\left.\frac{\partial \widetilde{RHS}}{\partial q_{t+1}}\right|_{x_i=x}}{L\left.\frac{\partial \widetilde{LHS}}{\partial L_t}\right|_{x_i=x}}\right\} dq_{t+1} + \left\{\frac{q\left.\frac{\partial \widetilde{RHS}}{\partial q_t}\right|_{x_i=x}}{L\left.\frac{\partial \widetilde{LHS}}{\partial L_t}\right|_{x_i=x}}\right\} dq_t \qquad \text{(A9)}$$

表記をシンプルにするため、(A6) を次のように表記する。

$$dL_t = n_1 dL_{t-1} + n_2 dq_{t+1} + n_3 dq_t \qquad \text{(A10)}$$

この（A10）式の右辺の各係数を，本文中の（23）式の関係

$$\frac{\bar{L} - L}{L} = \frac{n\tilde{z}}{z}.$$

を利用して書き換えると次のとおりである。

$$n_1 = -\frac{(\bar{L} - L)}{L}\alpha = -\frac{n\tilde{z}}{z}\alpha$$

$$n_2 = -\frac{(\bar{L} - L)}{L}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}} = -\frac{n\tilde{z}}{z}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}$$

$$n_3 = \frac{(\bar{L} - L)}{L}\left[1 + \tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right] = \frac{n\tilde{z}}{z}\left[1 + \tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right].$$

これら各係数の絶対値の大小関係は $|n_3|$ が $|n_1|$ と $|n_2|$ よりも大きくなることが分かるが、$|n_1|$ と $|n_2|$ の大小関係については明確ではない。

以上から、次の 2 つの式（A6）と（A10）式が得られた。

$$dq_{t+1} = m_1 dL_t + m_2 dL_{t-1} + m_3 dq_t \qquad \text{(A6)}$$

$$dL_t = n_1 dL_{t-1} + n_2 dq_{t+1} + n_3 dq_t \qquad \text{(A10)}$$

まず（A6）式から dL_t を消去する。（A10）式を（A6）式に代入する。

$$dq_{t+1} = m_1(n_1 dL_{t-1} + n_2 dq_{t+1} + n_3 dq_t) + m_2 dL_{t-1} + m_3 dq_t$$

これを dq_{t+1} について整理し，

$$(1 - m_1 n_2) dq_{t+1} = (m_1 n_1 + m_2) dL_{t-1} + (m_1 n_3 + m_3) dq_t.$$

これを dq_{t+1} について解くと次のようになる。

$$dq_{t+1} = \frac{(m_1 n_1 + m_2)}{(1 - m_1 n_2)} dL_{t-1} + \frac{(m_1 n_3 + m_3)}{(1 - m_1 n_2)} dq_t. \qquad \text{(A11)}$$

次に，（A10）式から dq_{t+1} を消去する。（A6）式を（A10）式に代入し，

$$dL_t = n_1 dL_{t-1} + n_2(m_1 dL_t + m_2 dL_{t-1} + m_3 dq_t) + n_3 dq_t$$

これを dL_t について解くと次のようになる。

$$dL_t = \frac{(m_2 n_2 + n_1)}{(1 - m_1 n_2)} dL_{t-1} + \frac{(m_3 n_2 + n_3)}{(1 - m_1 n_2)} dq_t \tag{A12}$$

この（A11）と（A12）を行列表示にすると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} dq_{t+1} \\ dL_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_1 n_3 + m_3}{1 - m_1 n_2}\right) & \left(\frac{m_1 n_1 + m_2}{1 - m_1 n_2}\right) \\ \left(\frac{m_3 n_2 + n_3}{1 - m_1 n_2}\right) & \left(\frac{m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_t \\ dL_{t-1} \end{bmatrix} \tag{A13}$$

この式は本文中の（28）式に該当するものである。念のために再度 $z \equiv \left[\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma} + 1\right]^{-1}$ および $\tilde{z} \equiv \left[\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}} + 1\right]^{-1}$ と定義したことに留意しておく。

補論 A－2.　完全予見のケースにおける局所的安定性

（A13）式を使って，対数線形化した差分方程式システムの局所的な安定性について考える。そのために，まず（A13）の係数行列の Determinant（以下，det）および Trace（以下，tr）を求める。

最初に det を求める。det は対角成分の積の差なので次のように求められる。

$$\det = \left(\frac{m_1 n_3 + m_3}{1 - m_1 n_2}\right)\left(\frac{m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) - \left(\frac{m_1 n_1 + m_2}{1 - m_1 n_2}\right)\left(\frac{m_3 n_2 + n_3}{1 - m_1 n_2}\right)$$

これを書き換えると，

$$\det = \frac{(m_1 n_3 + m_3)(m_2 n_2 + n_1) - (m_1 n_1 + m_2)(m_3 n_2 + n_3)}{(1 - m_1 n_2)^2}$$

分子を因数分解して，

$$\det = \frac{m_1 m_2 n_2 n_3 + m_1 n_1 n_3 + m_2 m_3 n_2 + m_3 n_1 - m_1 m_3 n_1 n_2 - m_1 n_1 n_3 - m_2 m_3 n_2 - m_2 n_3}{(1 - m_1 n_2)^2}$$

分子の 2 項目と 6 項目は相殺，3 項目と 7 項目は相殺されるので，

$$\det = \frac{(1 - m_1 n_2)(m_3 n_1 - m_2 n_3)}{(1 - m_1 n_2)^2} = \frac{(m_3 n_1 - m_2 n_3)}{(1 - m_1 n_2)} \tag{A14}$$

まず分母については $m_1 > 0$ で $n_2 < 0$ であるため，常に $1 - m_1 n_2 > 0$ であることが分かる。

一方，分子の $(m_3 n_1 - m_2 n_3)$ については $m_2 < 0$，$m_3 > 0$，$n_1 < 0$，$n_3 > 0$ であるので，大小関係は不明である。そのため実際に計算してみると，

$$(m_3 n_1 - m_2 n_3) = -\left[\frac{1 + z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}\right]\left[\alpha\frac{n\tilde{z}}{z}\right]$$

$$+\left[\frac{\alpha}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}\right]\left\{\frac{n\tilde{z}}{z}\left[1 + \tilde{z}\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\right]\right\}.$$

これを整理してまとめると，

$$(m_3 n_1 - m_2 n_3) = \frac{\alpha\frac{n\tilde{z}}{z}\left[\tilde{z}\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right) - z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}\right]}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}} \tag{A15}$$

そのように，分母の符号は常にプラスであるが，分子の符号は確定せず，中カッコ内の符号に依存する。いま， $z \equiv \left\{\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma} + 1\right\}^{-1}$ および $\tilde{z} \equiv \left\{\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}} + 1\right\}^{-1}$ を用いて，分子の中カッコ内を書き戻すと次のようになる。

$$\left\{\frac{\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}}{\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}} + 1}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right) - \frac{\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma}}{\bar{R}^{-(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{1/\sigma} + 1}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\right\}.$$

これをより簡単にすると次のようになる。

$$\left\{\frac{1}{1+\left(1+\tilde{\theta}\right)^{-1/\tilde{\sigma}}}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)-\frac{1}{1+\bar{R}^{(1-\sigma)/\sigma}(1+\theta)^{-1/\sigma}}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\right\}$$

資産家の $\tilde{\sigma}$ は第 1 項目にしか入っておらず，またその第 1 項目は $\tilde{\sigma}$ の単調減少関数になることが分かる。一方，det の分母は常にプラスであるために，以下のことが分かる。

補題 A1 : σ を一定として，$\tilde{\sigma}$ が σ に比べ相対的に小さく（大きく）なるほど，$\det > 0$（$\det < 0$）となる傾向にある。なお，$\bar{R} > 1$ なので，企業者の資産家の時間選好率が同じ（$\tilde{\sigma} = \sigma$ ）場合には $\det > 0$ となる（本文中の補題 1 より，$\tilde{\sigma}$ の変化は $\bar{R}$ の大きさには影響を与えないことに留意)。

次に，（A13）式の係数行列の tr を計算する。 tr は行列の対角成分の和なので次のように計算できる。

$$\mathrm{tr}=\left(\frac{m_1n_3+m_3}{1-m_1n_2}\right)+\left(\frac{m_2n_2+n_1}{1-m_1n_2}\right)=\left(\frac{m_1n_3+m_3+m_2n_2+n_1}{1-m_1n_2}\right) \qquad \text{(A16)}$$

分母の $1-m_1n_2$ は上で計算した（A14）の det の分母と同じなので省略し（分母はプラスになる)，ここでは分子の符号のみを確認する。

$$\begin{aligned}
&m_1n_3+m_3+m_2n_2+n_1\\
&\quad=\left[\frac{1+\alpha\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}\right]\frac{n\tilde{z}}{z}\left[1+\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]\\
&\quad+\left[\frac{1+z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}\right]+\left[\frac{\alpha}{z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}}\right]\left[\frac{n\tilde{z}}{z}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]\\
&\quad+\left[-\frac{n\tilde{z}}{z}\alpha\right]
\end{aligned}$$

この tr の分子の分母を $z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}$ に合わせて，分子の分子だけ書くと，

$$\begin{aligned}
&\left[1+\alpha\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\right]\frac{n\tilde{z}}{z}\left[1+\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]+\left[1+z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}\right]\\
&\quad+\left[\alpha\frac{n\tilde{z}}{z}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]-\frac{n\tilde{z}}{z}\alpha z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}
\end{aligned}$$

第 1 項目を因数分解して，

$$\begin{aligned}
&\frac{n\tilde{z}}{z}\left[1+\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]+\frac{n\tilde{z}}{z}\left[1+\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]\alpha\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\\
&\quad+\left[1+z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}\right]+\left[\alpha\frac{n\tilde{z}}{z}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]\\
&\quad-\frac{n\tilde{z}}{z}\alpha z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}
\end{aligned}$$

第 2 項目を因数分解して，

$$\frac{n\tilde{z}}{z}\left[1+\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]+\alpha\frac{n\tilde{z}}{z}\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}$$
$$+\frac{n\tilde{z}}{z}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\alpha\bar{N}(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}+\left[1+z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}\bar{R}\right]$$
$$+\left[\alpha\frac{n\tilde{z}}{z}\tilde{z}\left(\frac{1-\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}}\right)\left(1+\tilde{\theta}\right)^{1/\tilde{\sigma}}\right]-\alpha\frac{n\tilde{z}}{z}z(1+\theta)^{1/\sigma}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\bar{R}^{-1/\sigma}>0$$

第 2 項目と，マイナス項である第 6 項目を比べて，$\bar{N}>1$ で $0<z<1$ なので必ず第 2 項目＞第 6 項目となる。よって tr の分子の分子の符号は常にプラスになる。また tr の分子の分母はプラスなので，tr の分子は常にプラスになる。tr の分母は常にプラスなので，次の補題 A2 を得ることができる。

補題 A2：仮定 1 の下では $\mathrm{tr}>0$ である。

そのように tr の符号はプラスで確定するものの，det の符号はプラス（$\tilde{\sigma}$ が σ に比べ相対的に小さい場合に発生）にもマイナス（$\tilde{\sigma}$ が σ に比べ相対的に大きい場合に発生）にもなり，定常均衡解の局所的安定性は Source（可能性低い），Sink（安定・収束経路の不決定），Saddle（収束経路が一意に決定）のいずれにもなりうる。いずれになるかについて以下の手順に沿って確認する。

手順 1：$\mathrm{tr}>0$ であることが分かっているため，$\det+1<\mathrm{tr}$ が成り立つと Saddle か Source になり，反対の符号 $\det\mathrm{A}+1>\mathrm{tr}$ が成り立つと，Sink か Source である（図 3 を参照）。

これを確認するために，$\mathrm{tr}-\det-1$ を計算すると次のようになる。

$$\mathrm{tr}-\det-1=\left(\frac{m_1n_3+m_3+m_2n_2+n_1}{1-m_1n_2}\right)-\left(\frac{m_3n_1-m_2n_3}{1-m_1n_2}\right)-\left(\frac{1-m_1n_2}{1-m_1n_2}\right)\qquad\text{(A17)}$$

分母は常にプラスになることが分かっているので，分子だけで符号が決まる。その分子は次の通り。

$$m_1n_3+m_3+m_2n_2+n_1-m_3n_1+m_2n_3-1+m_1n_2$$

これを整理して書き換えると，

$$(m_1+m_2)(n_2+n_3)+(m_3-1)(1-n_1)>0,$$

となる。本文の（28）式の各要素より，すべての(・)内の計算式はプラスになるので，符号はプラスになる。よって$\mathrm{tr}-\det-1>0$ であり，次の Lemma A3 が得られる。

補題 A3：仮定 1 の下では $\det<\mathrm{tr}-1$ である。

この補題 A3 を得た時点で，この経済における定常均衡解は Saddle か Source に限定される。よって，次の手順 2 を確認すれば，定常均衡は Saddle か Source のどちらかになるかが分かる

手順 2　もし，$\det>-\mathrm{tr}-1$ が成立すれば Saddle となり，$\det<-\mathrm{tr}-1$ が成立すれば Source となる。

これを確認するために $\det + \mathrm{tr} + 1$ を計算する。

$$\det + \mathrm{tr} + 1 = \left(\frac{m_3 n_1 - m_2 n_3}{1 - m_1 n_2}\right) + \left(\frac{m_1 n_3 + m_3 + m_2 n_2 + n_1}{1 - m_1 n_2}\right) + \left(\frac{1 - m_1 n_2}{1 - m_1 n_2}\right) \qquad \text{(A18)}$$

先と同様に，分母はプラスであることは分かっているので，分子だけを抜き出すと次のようになる。

$$m_3 n_1 - m_2 n_3 + m_1 n_3 + m_3 + m_2 n_2 + n_1 + 1 - m_1 n_2$$

これを整理して次のように書き換えることができる。

$$(1 + n_1)(1 + m_3) + (m_1 - m_2)(n_3 - n_2) > 0$$

$m_3 > 0$ より$(1 + m_3) > 0$，$m_1 > 0$ かつ $m_2 < 0$ より $(m_1 - m_2) > 0$，そして $n_3 > 0$ かつ $n_2 < 0$ より $(n_3 - n_2) > 0$ である。一方，$(1 + n_1)$ については，$n_1 = \alpha(n\tilde{z}/z)$ であり，本文の（23）式より $(\bar{L} - L)/L = n\tilde{z}/z < 1$ であることから，$(1 + n_1) > 0$ である。よって， $\det + \mathrm{tr} + 1 > 0$ となることが分かり，次の Lemma A4 を得ることができる。

補題 A4：仮定 1 の下では常に $\det + 1 + \mathrm{tr} > 0$ である。

以上の補題 A1～A4 より，以下の *Proposition 1* が得られる。

Proposition 1 : 完全予見のケースでは，この経済の定常均衡は常に Saddle point になる。

図表

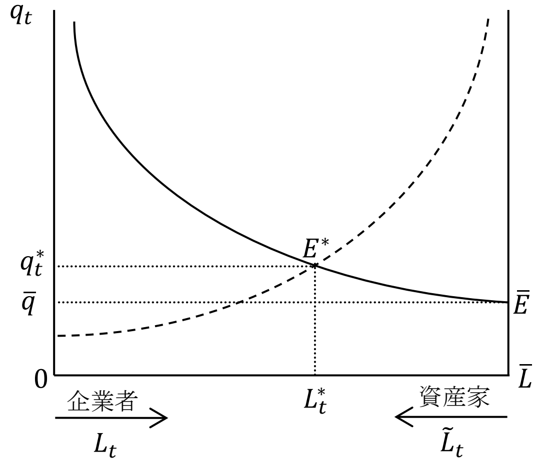
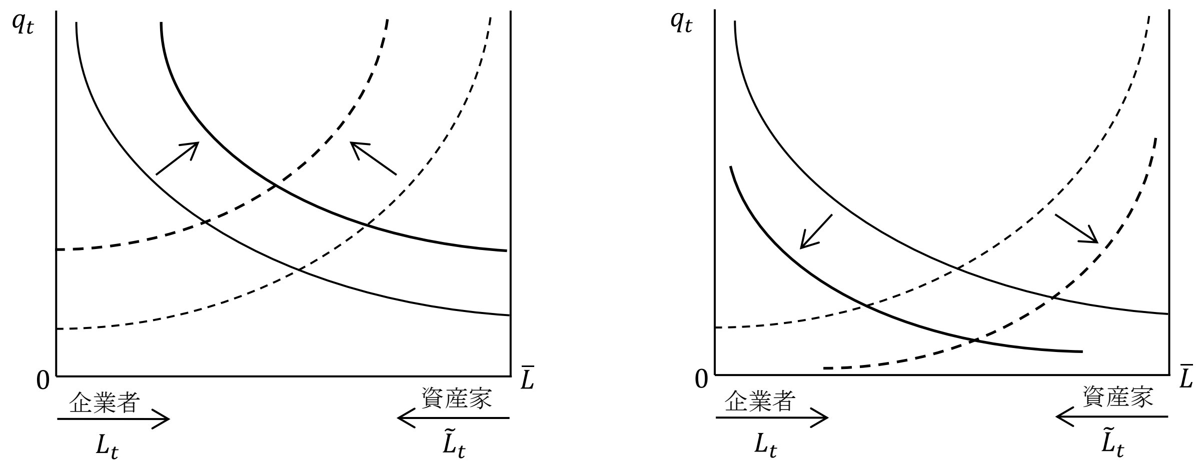


図 1：土地市場均衡



(1a) $0 < \sigma < 1$ かつ $0 < \tilde{\sigma} < 1$ のケース　(1b) $1 < \sigma$ かつ $1 < \tilde{\sigma}$ のケース

図 2：期待地価の上昇による土地需要曲線のシフト

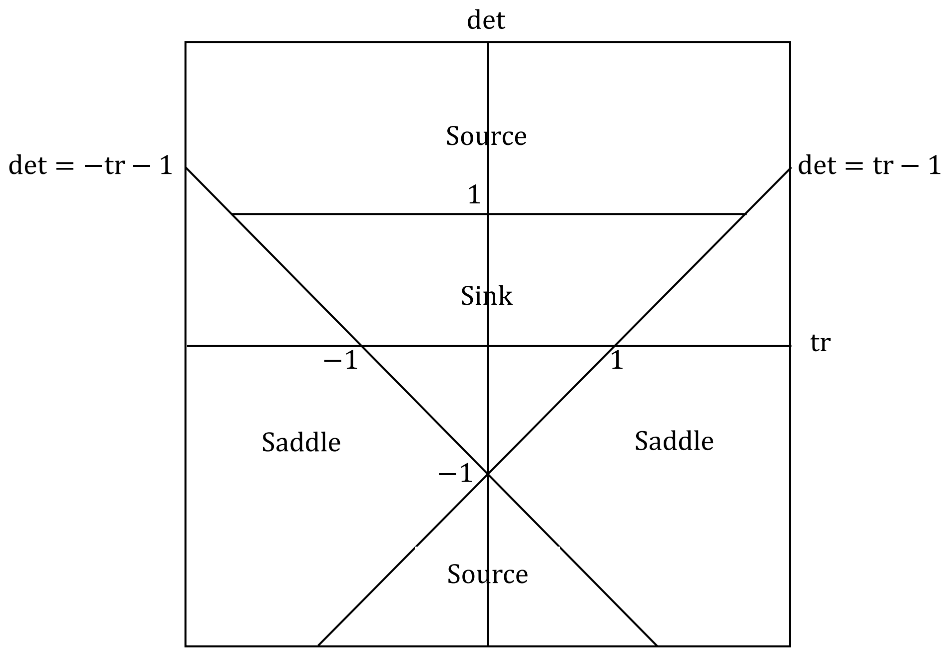
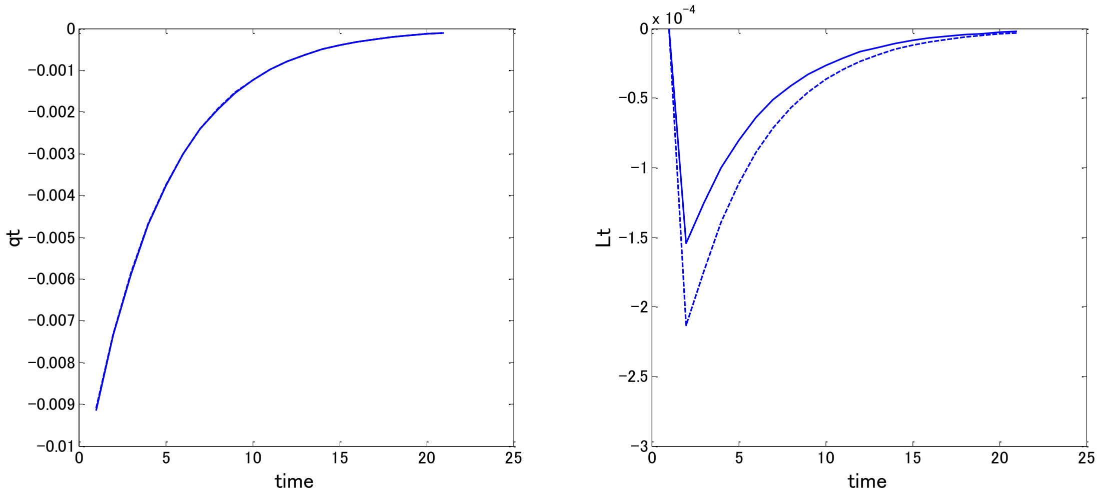
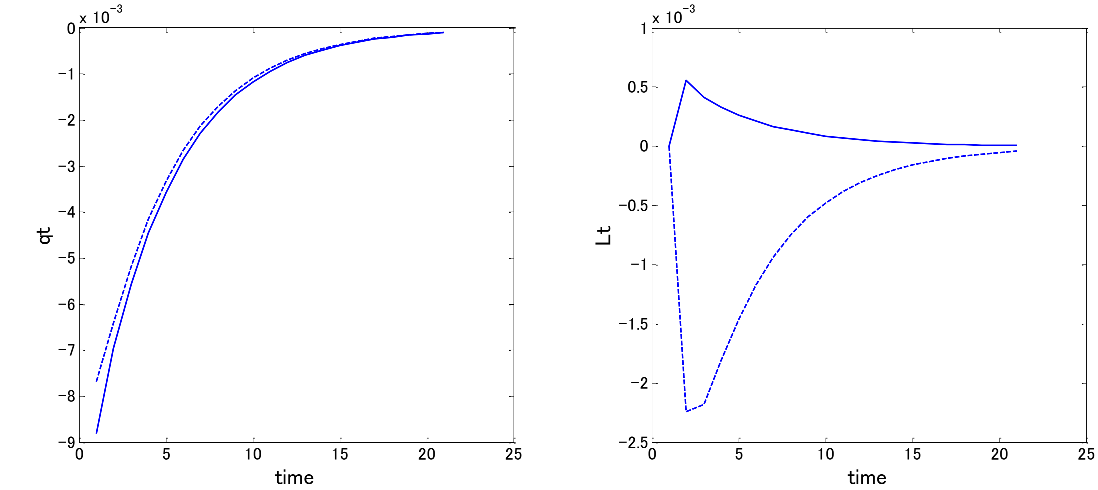


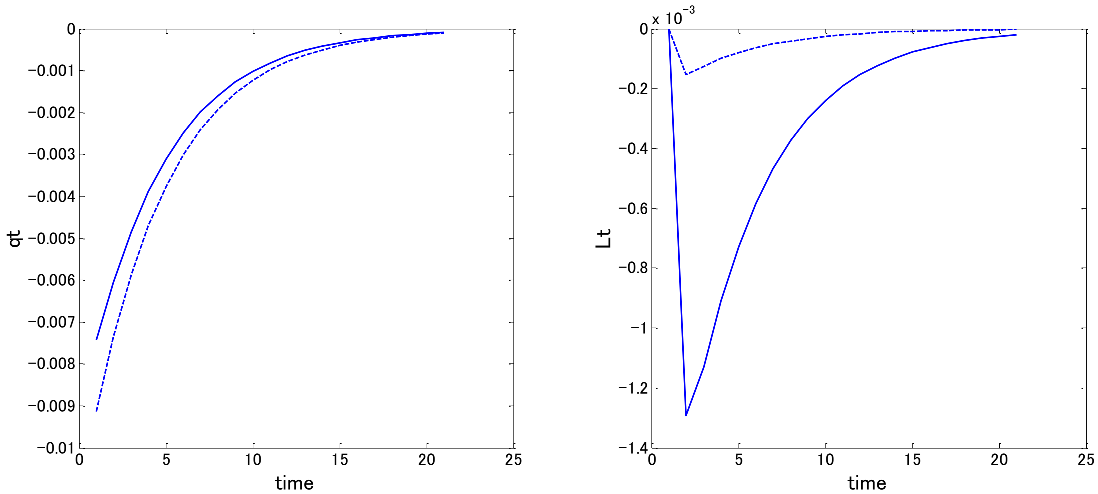
図３：差分方程式体系における局所的安定性の判別



（4a） $\sigma = 0.5$ と $\tilde{\sigma} = 0.5$ のもとで実線は $n = 1$，破線は $n = 2$



（4b） 実線は $\sigma = 0.1$ と $\tilde{\sigma} = 0.9$ の組み合わせ，破線は $\sigma = 0.9$ と $\tilde{\sigma} = 0.1$ の組み合わせ



（4c） 実線は $\sigma = 0.1$ と $\tilde{\sigma} = 0.1$ の組み合わせ，破線は $\sigma = 0.5$ と $\tilde{\sigma} = 0.5$ の組み合わせ

図 4：インパルス・レスポンス：完全予見のケース

Table

σ	$\tilde{\sigma}$	Trace	Determinant	λ_1	λ_2	R	安定性
0.1	0.1	1.8840	0.2932	1.7129	0.1712	―	鞍点
0.1	0.5	4.9424	0.2724	4.8867	0.0558	―	鞍点
0.1	0.9	28.8319	0.1129	28.8280	0.0039	―	鞍点
0.1	2	-6.9685	0.3520	-6.9176	-0.0509	―	鞍点
0.5	0.1	1.6929	0.2419	1.5353	0.1576	―	鞍点
0.5	0.5	3.9647	0.1009	3.9390	0.0256	―	鞍点
0.5	0.9	14.2047	-0.5218	14.2414	-0.0366	―	鞍点
0.5	2	-7.5399	0.8005	-7.4322	-0.1077	―	鞍点
0.9	0.1	1.6457	0.2884	1.4463	0.1994	―	鞍点
0.9	0.5	3.9486	0.2593	3.8818	0.0668	―	鞍点
0.9	0.9	23.4779	0.0167	23.4771	0.0007	―	鞍点
0.9	2	-4.6531	0.3662	-4.5730	-0.0801	―	鞍点
2	0.1	1.4931	0.2394	1.3104	0.1827	―	鞍点
2	0.5	3.7523	0.6402	3.5731	0.1792	―	鞍点
2	0.9	37.5893	4.4260	37.4712	0.1181	―	鞍点
2	2	-3.1539	-0.1324	-3.1953	0.0414	―	鞍点

表１　定常均衡の局所的安定性：完全予見のケース